14 Dos lineas rectas, no pueden encerrar un espacio.

15 Si à cosas iguales se añaden desiguales, serà el exceso de las enteras, igual al excesso de las añadidas.

16 Si à cosas desiguales se añaden iguales, serà el exceso de las compuestas, igual al exceso de las primeras.

17 Si de cosas iguales, se quitan desiguales serà el exceso de los residuos igual al exceso de las quitadas.

18 Si de cosas desiguales se quitan iguales, serà el exceso de los residuos, igual al exceso de las primeras.

19 El todo es igual à todas sus partes juntas.

20 Si un entero es duplo de otro, y lo quitado duplo de lo quitado, el residuo serà duplo del residuo.

CAPITULO SEGUNDO.

Explicanse algunos Problemas de los Elementos de Euclides, para la inteligencia, y formacion de las Figuras Geometricas.

PROBLEMA PRIMERO.

FIGURA PRIMERA.

SOBRE UNA LINEA RECTA, LEVANTAR UNA PERpendicular.

SOBRE la linea A. D. se ha de levantar una Perpendicular; pues abrase el Compàs su distancia, ò mas, y con esta abertura, sientese en el extremo, A. y se describen los Arcos B. C. buelvase à sentar el Compàs con la misma distancia ya elegida en el otro extremo D. y se describirà las porciones E. F. que se cortan en G. H. y tirando una linea, desde dichos dos puntos, es la per-

perpendicular, y causa Angulos rectos, con la linea A. D. como se prueba por la proposicion 11. del Libro primero de Euclides, y por la 10. del dicho Libro, quedarà cortada, ò dividida en dos partes iguales.

FIGURA SEGUNDA.

Otro modo de levantar la Perpendicular.

SI sobre una linea recta, no terminada, y de un punto; dado fuera de ella se quisiere levantar una Perpendicular, se harà assi: Sea la linea C. D. de la longitud, que se quisiere, sobre que ha de caer la perpendicular, y el punto dado fuera de ella E. en el punto E. como centro, sientese la punta del Compàs, y describase un Circulo del espacio, que se quisiere, de modo, que corte la linea C. D. en dos puntos, como A. B. y sentando el Compàs con la misma abertura en el punto A. se describe el Arco G. y sentado en el punto B. describase el Arco, que cruza el de G. y desde la intercession, tirese una linea recta, y esta es la Perpendicular, como se prueba por la proposicion 12. del primero de Euclides.

FIGURA TERCERA.

Otro modo de lebantar la Perpendicular.

SEa la linea A. D. y sobre ella se ha de levantar una linea; Perpendicular, que haga angulo recto, sobre el extremo A. Pues abrase el Compàs la distancia de la linea dicha, ò mas, ù menos, y sentado en el punto A. describase la porcion G. y con la misma abertura, sientese eu el extremo D. y describase, el Arco que se cruza en E. y desde el extremo B. tirese una linea recta, que passe por el punto E. y sentando el Compàs con la misma abertura, en el punto E. señalese el punto C. y tirese una linea desde este punto al de A. la qual es Perpendicular, como se puede probar por la proposicion 11. del primero de Euclides, y este modo es mui util, valiendose de èl quando sea necessario levantar

la

la Perpendicular, que cayga, y forme Angulo recto, sobre algun extremo de la linea recta, A. B. ù otra qualquiera linea dada.

PROBLEMA SEGUNDO.

Figura quarta.

Sobre una linea recta terminada, formar un Triangulo Equilatero.

SObre la linea recta A B. se ha de formar un triangulo Equilatero, quiere decir de tres lados iguales, y que cada uno sea igual à la propuesta linea A. B. Abrase el compàs lo que tiene de largo dicha linea, y sentado en el estremo A describasse el circulo C. y desde el centro B. con la misma distancia se describe el circulo D. y desde el punto E. en que se cortan estos dos Circulos, tirense dos lineas rectas, cada una al extremo de dicha linea, ò centros A. B. y se avrà formado el Triangulo Equilatero, como se prueba por la primera proposicion del primero de Euclides.

El mismo Triangulo Equilatero, quedarà formado, haciendo solo desde el punto, A una porcion pequeña en el punto E. y desde el extremo B. con la misma abertura se harà otra porcion, que se cruce con la porcion hecha en el y luego tirando dos lineas, una à la A. y otra à la B. quedarà formado el propuesto triangulo Equilatero, que es lo mismo que se hizo en la ultima Perpendicular, que la trae Nicolàs de Tartaglia, en su Tratado Geometrico.

PRO-

PROBLEMA TERCERA.

Figura Quinta.

Formar un Triangulo Rectangulo Isosceles, sobre una linea recta terminada.

SEa la linea B. C. sobre que se ha de formar el Triangulo Rectangulo Isosceles, sobre la linea D. de igual altura B. C. se levanta una Perpendicular por el Problema Primero, que serà la linea D. de igual altura que la hace B. C. luego desde el extremo de la Perpendicular D. à la C. se tirarà la linea hipotenusa E. y se avrà formado el propuesto Triangulo Isosceles, como se prueba por la proposicion quinta del primero de Euclides.

PROBLEMA QUARTA.

Figura Sexta.

Dada una linea recta tirar otra Equidistante, ò Paralela, à la linea dada.

LA linea dada sea A. B. à la qual se ha de tirar una paralela à ella, se abre el Compàs la distancia, que se quiere, que una linea diste de otra, y sentado en el extremo A. se describe el Arco C. de modo, que corte à la linea A. B. y con la misma distancia, ò abertura, se sienta en el punto que cortò el Arco à la A. B. que serà el punto D. y se describe el Arco, que cruza al de C. hagase lo mismo en el otro extremo de la linea B. con la misma abertura, y desde B. se describe el Arco E. que corte à la linea A. B. en F. y desde el punto F. se describe la porcion, que cruza al Arco E. luego desde el punto C. E. tirese la linea recta G. H. y esta serà equidistante, ò paralela à la linea A. B. como se puede probar por la proposicion 31. del pri-

primero de Euclides, aun que la trae alli por otro modo.

Otro diferente.

PUedese tirar una linea paralela mas breve, abrase el Compàs lo que pareciere, y sentado en el extremo de la linea, describase un poco de Arco hagase lo mismo con la misma abertura en el otro extremo de la dicha linea, y tirese una linea recta, que toque à cada Arco de los dichos en un punto, que serà la tangente, ò linea de la contingencia, y esta es paralela à la propuesta linea, que se diere.

PROBLEMA QUINTA.

Figura Septima.

Describir un quadrado de una linea recta dada.

LA linea recta dada sea G. H. de la qual se ha de formar un quadrado. Desde el punto G. levantese la Perpendicular F. por el primer Problema, y cortese la linea F. igual à la G. H. luego desde el punto F. se tirarà la linea, C. paralela à la G. H. y desde el punto C. à la H. tirese la linea D. Paralela à la perpendicular F. y se avrà hecho un quadrado de iguales lados, y quatro angulos rectos, como se prueba por la proposicion 46. del primero de Euclides. Si despues de hecho un quadrado se quisiere saber si està perfecto, se tiraràn desde sus angulos rectos las dos lineas diagonales, ò diametrales A. P. y en el punto R. que se cortan, ò cruzan se sienta el Compàs, y se abre la distancia que ay à qualquier angulo recto del dicho quadrado, y con esta abertura se describe un Circulo, y si el dicho quadrado con sus quatro angulos, tocare en la circunferencia, estarà bien hecho; quiero decir, serà de angulos rectos, y lados iguales, y dividirà al circulo con sus quatro lados en quatro segmentos iguales.

PRO-

PROBLEMA SEXTA.

Figura Octava.

Sobre una linea recta dada, hacer un paralelo grammo Rectangulo.

POr la misma Doctrina, que se hizo el antecedente quadrado, se puede formar el Paralelogrammo, Rectangulo, pues sea la linea B. C. sobre que se ha de hazer el Paralelogrammo. Sobre la linea B. C. levantese la Perpendicular D. de mayor, ò menor altura, que la linea B. C. y sobre el punto C. levantese la Perpendicular E. igual, y paralela à la D. y luego se cierra su espacio, con la linea G. igual, y paralela à la B. C. y se avrà formado una figura de quatro angulos rectos, y lados desiguales; pero iguales entre si, los dos opuestos, como se prueba por la proposicion 34. del primero de Euclides.

PROBLEMA SEPTIMA.

Figura Novena.

Sobre una linea recta, formar un Rombo.

EL Rombo, como dixe en la difinicion 31. es semejante al quadrado por tener los quatro lados iguales, mas se diferencia de èl en que no tiene ningun angulo recto, y sus lineas diametrales, ò diagonales, son tambien desiguales, su formacion es, sobre la linea A. P. se levanta una linea inclinada, formando angulo agudo, que serà la linea C. de igual altura à ella, y sobre el punto P. se tirarà la linea B. paralela, y igual à la C. y desde el punto B. se tira la linea D. parelela à la A. P. que es la que cierra el espacio, y quedarà formada dicha figura.

PROBLEMA OCTAVO.

Figura Diez.

Hacer un Romboides sobre una linea recta dada.

ESta Figura se diferencia del Rombo, en que no tiene los quatro lados iguales, sì solo cada dos opuestos, en lo demàs es semejante à èl, y assi sobre la linea A. B. para formar el Romboydes, desde el punto A. levantese la linea inclinada E. con angulo agudo de la altura que se quisiere, como sea mayor, ò menor que la A. B. y desde el punto B. se levantarà otra linea igual, y paralela à la E. que serà la D. y luego se cierra el espacio con la linea recta G. con lo qual està hecho.

PROBLEMA NUEVE.

Figura Once.

Sobre una linea recta dada, describir un Pentagono Regular, y Equilatero.

SObre la linea D. E. se ha de hacer un Pentagono Regular; esto es Equilatero, y Equiangulo: Desde el punto D. se levantarà una perpendicular por el Problema primero, igual à la D. E. que serà la C. y desde el punto E. se subirà otra Paralela igual à la C. que serà la linea F. abrase el compàs la distancia D. E. y sentado en el punto D. describase el arco G. y con esta abertura sientese en el extremo E. y se describe la porcion H. luego se divide el Arco, que cumple la quarta parte del circulo en cinco partes iguales; y se señala una parte de estas cinco, que cayga fuera del quadrante, que serà la S. y del punto S. tirese una linea à la D. hagase lo mismo en el lado opuesto R. y desde este punto à la E. tirese otra linea, y se avràn hecho tres lados del Pentagono. Sientese el compàs abierto con la longitud D. E. en el punto S. y describase el Arco P. y sentado en el punto R, describase la porcion que cruza al de P. y desde este punto donde se cortan, se tiraràn dos lineas rectas, una à la S. y otra à la R. y se avrà hecho el Pentagono Equilatero, y Equiangulo de cinco lados iguales, como se infiere de la proposicion 12. del libro quarto de Euclides, por la que se puede probar.

PROBLEMA DIEZ.

Figura Doce.

Inscribir un Exagono Equilatero, en un circulo dado.

SEa el Circulo dado A. B. C. à quien se ha de inscribir un Exagono Equilatero, cuyo centro es H. tirese el Diametro A. D. y del punto D. con el semidiametro, D. H. describase el circulo C. H. E. y se tiraràn las rectas, C. H. F. F. H. B. A. B. C. D. D. E. E. F. F. A. digo, que se avrà formado una figura de seis lados iguales, y seis angulos, y por la proposicion 15. del libro quarto de Euclides, se prueba ser Equilatera, y Equiangula.

Tambien se puede hacer un Exagono al rededor de un circulo, dividiendole en seis partes iguales, el qual està hecho sin abrir, ni cerrar el compàs con que se describiere el circulo, como la figura 12. porque el lado del Exagono es igual al Semidiametro del circulo, como se infiere del Corolario primero del libro quarto de Euclides.

PROBLEMA ONCE.

Figura Treze.

Hacer un Eptagono de siete lados iguales.

EL Eptagono, es figura irregular, por lo que no se ha podido hallar regla de hacerle Mathematicamente, para que

que salgan ajustados sus 7. lados, y lo mas que se ha podido hacer, es lo que se dirà, describase el circulo A. B. C. D. tirense sus dos Diametros A. C. y sentado el Compàs con la misma abertura, en el punto D. describase el Arco, que corta al Circulo en los puntos E. G. y desde estos dos puntos, tirese la linea recta, que sirve de corda, y la mitad de esta corda, serà el lado del Eptagono, aunque no preciso, como queda dicho.

PROBLEMA DOCE.

Figura Catorce.

Hacer un Octagono, que cada lado sea igual à una linea recta terminada.

SEa la linea recta dada C. D. sobre la qual se ha de hacer una figura de ocho lados, y angulos iguales, y cada lado sea igual à la C. D. sobre los dos puntos, ò extremos de la linea C. D. por el primer Problema, levantese las perpendiculares M. N. abrase el compàs la distancia C. D. y desde el punto D. describase el Semicirculo G. dividase en dos mitades el quadrante en el punto G. tirese una linea desde el punto G. al de D. y estaràn hechos los dos lados: Hagase lo mismo al otro lado opuesto, y desde la mitad del quadrante P. tirese otra linea al punto C. y estaràn hechos los tres lados; luego de los puntos G. P. levantense perpendiculares paralelas à la N. M. que serà la O. I. las quales son quarto, y quinto lado; y desde el punto O al punto N. tirese otra linea, que serà el sexto lado; hagase lo mismo desde el punto M. y serà el septimo lado, y desde N. à la M. tirese otra linea, y se avrà hecho el Octago, Equilatero, y Equiangulo de ocho lados, y Angulos iguales.

*** *** ***
*** ***
***

PROBLEMA TRECE.

Figura Quince.

Sobre ūn Diametro dado, hacer un Obalo, ò figura Elipsis.

EL Obalo es Figura Curbilinea prolongada, y su cuerpo es semejante al de un huevo, por esta causa se derivò de èl el nombre, no solo en el Cuerpo, sino en el arca de estas Figuras; ay muchas diferencias, por lo que son distintas las reglas de formarlas: Pero la regla mas comun que se usa, y la que se ha de saber primero, es la que dirè: Sobre la linea A. B. se ha de hacer el Obalo P. S. dividase la linea A. B. en tres partes iguales: y desde el punto C. con la distancia de una division, descrivase el circulo D. y desde el punto E. se descrivirà el circulo F: luego se sienta en el punto A. y se señala el punto G. sientese el compàs en el punto H. que se cortan los dos circulos, y con la distancia G. se describe el arco R. y sentado el Compàs en el punto donde se cortan los dos circulos, que es en N. se describe el arco M. y quedarà formado el Obalo. En sexquialtera, proporcion, porque contiene su linea mayor Diametro, y medio de los Diamerros, de que es compuesto, ò formado. Otros Obalos se llaman duplos, porque contiene su mayor linea dos diametros, enteros de los circulos que le forman.

El otro se llama Obalo de puntos dados; porque dado el Diametro mayor, y el menor se divide cada uno por mitad se ponen en angulo recto, y desde el dicho angulo se determina su formacion con distintos puntos, y porciones. Otros llaman Obalo de buelta de cordel, à este referido, que por no ser dilatado, no se explican los modos, como se trazan, y mayormente trayendolos muchos Autores formados con sus reglas con todo acierto.

*** ***
***

PROBLEMA CATORCE.

Figura Diez y ſeis.

En un Circulo dado inſcribir un quadrado, quiere decir formar un quadrado dentro de un Circulo.

EL Circulo dado ſea A. B. C. en el que ſe ha de inſcribir un quadrado: Tireſe el Diametro A. C. y ſobre eſta linea levanteſe la Perpendicular B. D. que paſſe por el centro, tirenſe las lineas A. B. B. C. C. D. D. A. y ſe avrà inſcripto un quadrado dentro del Circulo propueſto que ſus angulos rectos tocan en ſu circunferencia, como ſe prueba por la ſexta propoſicion del Libro quarto de Euclides.

PROBLEMA QUINCE.

Figura Diez y ſiete.

A un Circulo dado, circunſcribir un quadrado, quiere decir hacer un quadrado al rededor de un Circulo dado, que toque con la circunferencia todos ſus lados.

AL Circulo dado A. B. C. D. ſe ha de circunſcribir un quadrado; pues tirenſe los diametros A. C. B. D. en angulos rectos por el capitulo 3. y por los puntos A. B. C. D. ſe tiran las lineas Perpendiculares, y tangentes, F. G. F. H. H. I. I. G. que ſe contaràn en los puntos F. G. I. H. y ſe avrà hecho un quadrado perfecto, y eſtà circunſcripto al circulo dado, lo qual ſe prueba ſer aſsi, por la propoſicion ſeptima del quarto de Euclides.

PRO-

PROBLEMA DIEZ Y SEIS.

Figura diez y ocho.

Como se ha de inscribir un circulo en un quadrado dado.

EN el quadrado dado, A. B. C. D. se ha de inscribir un circulo, dividase en dos partes iguales cada uno de sus lados, que serà en los puntos E. F. G. H. y desde ellos tirense las rectas E. G. H. F. que se cortaràn en el punto I. luego se abre el Compàs la distancia, que ay desde I. à qualquiera de sus lados, y el circulo descripto del centro I. con esta distancia passarà por los demàs puntos F. G. H. y estarà inscripto en el quadrado dado como se prueba por la octava del quarto de Euclides.

PROBLEMA DIEZ Y SIETE.

Figura Diez y nueve.

Circunscribir un Circulo à un quadrado dado.

SEa el quadrado dado A. B. C. D. al que se ha de circunscribir un Circulo: Tirense los Diametros A. C. B. D. que se cortaràn en el punto E. tomese la distancia, que ay desde el punto E. à qualquiera de sus angulos, y el circulo descripto con esta distancia, desde el punto E. es lo que se pide, y passarà tambien por los puntos B. C. D. como lo dice Euclides en la proposicion 9. del Libro quarto.

*** *** ***
*** ***
***

PROBLEMA DIEZ Y OCHO.

Figura Veinte y una.

Hallar el centro de un Circulo.

SEa el Circulo dado A. D. C. de quien ſe quiere hallar el centro de donde ſe deſcribiò. Tirenſe en el circulo dado la recta A. C. como quiera, y corteſe por mitad en el punto B. y por el capitulo 3. ſe tiren la B. E perpendicular â la A. C. y alargueſe la B. E. haſta la E. luego corteſe la D. E. por medio en el punto E. que la divide en dos partes iguales, y eſte punto F. es el centro del Circulo dado, como ſe prueba por la propoſicion primera del tercero de Euclides.

PROBLEMA DIEZ Y NUEUE.

Figura Veinte y dos.

Dado un Segmento, ò porcion de Circulo, deſcribir un Circulo, cuyo Segmento es.

SEa el Segmento dado A. B. C. y ſe ha de deſcribir el Circulo, cuyo Segmento es; tirenſe qualeſquiera dos lineas rectas, que ſeràn A. B. B. C. y ſobre ellas ſe levantaràn perpendiculares, que ſeràn D. F. E. G. y el punto H. donde concurren, y ſe cortan, es el centro del Circulo, que ſe ha de deſcribir, como ſe infiere de la propoſicion 25. del 3. de Euclides. Se puede de otro modo hallar el centro de un Circulo, y de qualquiera porcion, ò Segmento, que ſea *figura* 22. abraſe el Compàs una pequeña diſtancia, y ſentado en la parte que pareciere de la circunferencia del Circulo, cuyo centro ſe buſca, ſe hace una porcion de linea curba, de modo que corte à la porcion dada, luego ſe ſienta el Compàs en el punto que la cortò, y ſe deſcribe la porcion opueſta, y quedarà una figura à modo de dos C. C. en contradas, ò contrapueſtas, que las ſeñala la A. luego en el mismo Segmento dado, apartado un poco de la figura dicha, se hace otra del mismo espacio, que serà la B. y tirando dos lineas rectas, que passen por los puntos donde se cierran estas figuras, que seràn las lineas C. D. en el punto E. que se cortan, està el centro del Circulo, que se ha de describir, como lo demuestra tambien la figura 21.

PROBLEMA VEINTE.

Figura Veinte y quatro.

Como se convierten unas figuras en otras en igual superficie.

REDUCIR UN PARALELO GRAMMO; DADO A UN quadrado que sea igual en supeficie.

SEa el Paralelo grammo dado, A B. que su lado mayor tiene 90. pies, y el menor 40. se ha de hacer un quadrado igual en superficie; pues multipliquense los 90. de un lado por los 40. del otro, y producen 3600. saquese la raiz quadrada de los 3600. y sale por raiz 60. que son los pies que tendrà el quadrado, que se pide por cada lado, en el qual se contiene la misma superficie, y este es el modo de buscar la media proporcional por numeros.

OTRO MODO DE HALLAR POR LINEA LA MEDIA proporcional, para reducir el Paralelogrammo à quadrado.

Figura Veinte y quatro.

TAmbien se puede hallar la media proporcional, juntando las dos lineas, de modo que se ajusten, y hagan una sola linea recta A. B. y en la mitad de toda la linea se sentarà la punta del Compàs, y se describe un semicirculo, que toque su arco en los extremos de toda la linea, y desde la union de las dos lineas, que es la C. se levanta una perpendicular,

que

que toque en el Semicirculo dicho, y esta linea S. que le toca, es la media proporcional, y lado del quadrado igual en superficie al Paralelogrammo propuesto, como se infiere de la proposicion 13. y 17. del sexto libro de Euclides.

PROBLEMA VEINTE Y UNA.

Figura Veinte y cinco.

Reducir un quadrado dado, à un Paralelogrammo igual à su superficie.

SEa el quadrado dado A.B.C.D. que tiene por cada lado 40. pies se ha de hacer un Paralelogrammo, que sea igual en superficie; pues doblese el lado del quadrado seràn 80. que serà la linea mayor del Paralelogrammo: Tomese la mitad de la linea 40. del quadrado, que son 20. y es el largo del menor lado del Paralelogrammo, y este encierra en sì los mismos 1600. pies quadrados, que tiene el propuesto quadrado; porque si se multiplican los 80. del un lado por 20. del otro producen, 1600. y es igual à la multiplicacion del lado del quadrado 40, por sì mismos; pues hacen los mismos 1600.

PROBLEMA VEINTE Y DOS.

Figura Veinte y seis.

Constituir un Triangulo Equilatero à quadrado, que sea igual en superficie.

SEa el Triangulo Equilatero dado A. B. C. que tiene por lado 30. del qual se ha de hacer un quadrado de igual espacio. Dividase el un lado en dos partes iguales, que serà en D. y desde esta division tirese una linea perpendicular hasta el angulo opuesto C. y esta serà la mayor linea de un Paralelogrammo rectangulo, y la mitad de la linea, que se dividiò, que vale 15. serà el lado menor del dicho Paralelogrammo, mo; hecho esto, pongase en una linea recta, las dos lineas que componen el dicho quadrangulo, que la una vale 15. del menor lado, y la perpendicular, que es el mayor lado, tiene 25. y 50. cinquenta y un abos, y sumense, y serà su suma 40. y 50. cinquenta y un abos, y sacando una media proporcional, como se dixo en el Problema 20. la tal linea serà el lado del quadrado, que tendrà tanta superficie como el propuesto triangulo Equilatero.

Tambien se puede reducir qualquier triangulo Equilatero, ù Escaleno, ò Isosceles à quadrado, sabiendo los pies que tiene de superficie qualquier triangulo, y sacando de ellos la raiz, quadrada, lo que saliere por raiz, serà el lado del quadrado, que serà igual en superficie à el triangulo que se propusiere, y es regla general, para qualquier figura reducirla à quadrado.

PROBLEMA VEINTE Y TRES.

Figura Veinte y siete.

Convertir un Triangulo Equilatero à un Paralelogrammo, que sea igual en superficie.

EL Triangulo dado sea C. D. E. que tiene por cada lado 40. pies se ha de hacer un Paralelogrammo, de igual superficie, pues levantese una perpendicular sobre la mitad de la linea de la vasis C. D. y dividirà en dos medios al triangulo; pues cortese por mitad la perpendicular, y esta mitad es el lado menor del Paralelogrammo, y el lado mayor es todo el largo que tiene la vasis, que son 40. y la mitad de la perpedicular tiene 17. y 44. ciento, y 38. abos, que multiplicados por los 40. del mayor lado, producen 692. pies. y 52. 69. abos de superficie, y los mismos pies tendrà de superficie el propuesto triangulo Equilatero, midiendole como dirè adelante.

PROBLEMA VEINTE Y QUATRO.

Figura Veinte y ocho.

Reducir un Quadrado dado, à un circulo que sea de igual area.

LA quadratura del Circulo no se ha podido hallar fixa, por mas que han trabajado los Filosofos mas profundos, y sutiles en las proposiciones Mathematicas, al fin de encontrarla, y lo mas que se ha podido hacer es dàr regla cercana à la verdad para que quando se quadre no aya error considerable. Pues queriendo reducir un quadrado dado à un circulo, que tenga el mismo espacio, ò area, se harà assi; sea el quadrado A.C. que tiene 40. pies de lado, y tendrà la superficie 1600. multiplico los 1600. por catorce, producen 22400. partanse estos por once, y sale al cociente 2036. y quatro 11. abos, de los quales saquese la raiz quadrada, y sale por raiz 45. y onze 91. abos, que son los pies de diametro, que ha de tener el circulo, que serà igual en superficie al quadrado A. C. aunque no verdadero.

PROBLEMA VEINTE Y CINCO.

Figura Veinte y nueve.

Reducir un Circulo dado à quadrado.

EL circulo dado sea G. E. que se ha de reducir à quadrado; tiene el dicho circulo de area 900 pies, pues queriendo hazer una figura quadrada, que encierre en ella la misma superficie: Saquese la raiz quadrada de los 900. y sale por raiz 30. que es el largo del quadrado que se pide.

PROBLEMA VEINTE Y SEIS.

Figura Treinta.

Reducir un Paralelogrammo dado, à un circulo que ſea igual en ſuperficie.

SEa el Paralelogrammo dado D. C. que ſu lado mayor tiene 60. y el menor lado es de 40. Se ha de hacer un circulo de igual area; pues multipliquenſe los 60. que tiene el mayor lado, por 40. del menor, producen 2400. pies de ſuperficie, que tiene el dicho Paralelogrammo: Sabido eſto, ſe multiplicaràn los 2400. por 14. y producen 33600. que partidos por 11. ſale al cociente 3054. y ſeis 11. abos. Saqueſe la raiz quadrada de eſtos, y ſale por raiz 55. y poco mas de un quarto; y tantos pies ha de tener el Diametro del circulo, que tendrà tanta ſuperficie como el Quadrangulo propueſto, aunque no verdadero, como ſe puede probar por la regla que explico adelante.

PROBLEMA VEINTE Y SIETE.

Figura Treinta y una.

Reducir un Circulo dado, à un Paralelogrammo, que ſea igual en ſuperficie.

SEa el circulo dado A. B. que tiene de Diametro 42. pies, y de area correſponde 1386. ſe ha de hacer vn Paralelogrammo de igual ſuperficie: pues tomeſe la mitad del Diametro 42. y ſon 21. y eſte es el lado menor; para hallar el lado mayor buſqueſe la circunferencia, multiplicando los 42. de Diametro por tres, y un ſeptimo producen 132. tomeſe la mitad de eſta circunferencia, y ſerà 66. que es el largo del lado mayor, y eſtà hecho cierto; porque ſi ſe multiplican los 66. del lado mayor por 21. que tiene el menor, producen los miſmos 1386. pies de area, que tiene el circulo propueſto.

La razon de tomar el Semidiametro del Circulo por el lado, menor, y la mitad de la circunferencia del mismo circulo por el lado mayor, es porque dice Arquimedes, que qualquier Circulo tiene de circunferencia tres Semidiametros, y una septima parte del Semidiametro; y por que el Semidiametro de este propuesto Circulo son 21. y tres de estos Semidiametros, y un septimo hacen los 66. del lado mayor del Paralelogrammo, luego multiplicados, entre sì los 21. por los 66. producen los 1386. de superficie, iguales al Circulo dado.

Otro modo.

Puedese hacer un Paralelogrammo de la misma área de un Circulo, multiplicando todo el Diametro 42. por la quarta parte de la circunferencia, que en este exemplo son 132. y su quarta parte son 33. y este es el menor lado, y el mayor los 42. del Diametro, que multiplicados uno por otro producen los mismos 1386. pies de superficie, que tiene el circulo.

Otro modo.

Lo mismo serà, si se multiplica, dando por lado mayor toda la circunferencia, que son 132. y por lado menor la quarta parte del Diametro 42. que son 10. y medio, que multiplicados entre sì, salen los mismos 1386. de superficie.

PROBLEMA VEINTE Y OCHO.

Figura Treinta y dos.

Conſtituir dos quadrados de igual ſuperficie, à un quadrado que tenga la miſma area.

SEan dos quadrados, que tiene cada uno por lado 40. pies, el quadrado de los dos ſeràn 3200. pies, queriendo hacer un quadrado, que ſea tanto como los dos; ſaqueſe la raiz quadrada de los 3200. y ſale por raiz 56. pies, y 64. 115. abos, y tanto tendrà el lado del quadrado, que ſerà de igual ſuperficie à los dos quadrados propueſtos, aunque no preciſa, por no tener raiz perfecta, como ſe prueba por la propoſicion 47. del primero de Euclides. Si fueſſe una Torre, que ſu altura tenga 90. pies, y apartada de ella en el miſmo plano, ſe ha de poner una eſcala, de modo, que llegue al eſtremo de dicha Torre; para ſaber el largo que ha de tener quadrenſe los 90. que tiene de alto la linea de la Torre, ſeràn 8100. quadrenſe los 60. que ſe aparta la linea, ſon 3600 ſumenſe eſtos dos quadrados, y ſeràn 11700. ſaqueſe la raiz de eſtos, y ſale por raiz 108. pies, y 46. 217. abos, que es el largo que tendrà la eſcala, que ſe pide.

Si la Torre tiene 80. pies de alto, y la eſcala hecha tuvieſſe cien pies, para ſaber quanto ſe ha de apartar de la Torre para que alcance al eſtremo de ella, quadrenſe los 80. ſon 6400. quadrenſe los 100. y ſeràn 10000. reſto de eſtos los 6400. quedan 3600. ſaqueſe la raiz de los 3600. y ſale por raiz 60. que ſon los pies que ſe ha de apartar para fixar la dicha eſcala.

Si ſe ignora la altura de la Torre, ſe ſiguirà la miſma regla; pues quadrenſe los 100. que tiene la eſcala ſeràn 10000. quadrenſe los 60. que ſe ha de apartar la eſcala, ſon 3600. reſtados de los 10000. quedan 6400. cuya raiz quadrada ſon 80. que ſon los pies que tiene la Torre de alto.

***

PROBLEMA VEINTE Y NUEVE.

Dadas las circunferencias de tres circulos desiguales, hacer un solo circulo igual en circunferencia à los tres dados.

SOn tres circulos dados; el uno tiene de circunferencia 22. pies, el otro 38. y el tercero tiene 88. se ha de hacer un circulo que tenga la misma circunfetencia, que los tres circulos. Pues multipliquese 22. por 22. producen 484. y los 38. por 38. hacen 1444. los 88. por 88. producen 7644. sumense estas tres multiplicaciones de los quadrados, y seràn 9672. saquese la raiz quadrada, y sale por raiz 98. pies y 68. 197. abos, que es la circunferencia, que tendrà el circulo que se pide, como se puede probar por el Parrafo 12. del Capitulo que se sigue, buscando el area de cada circulo de los tres, y sumarlos, y serà su suma 769. y quatro de area de todos tres, que serà lo mismo que el circulo solo, que tuviere los 98. y 68. ciento y 97. abos de circunferencia.

Por otro modo.

Dados tres Diametros, de tres Circulos desiguales, hallar uno, que sea igual a los tres en superficie.

SEan tres Circulos, que el uno tiene de Diametro 12. pies, el segundo tiene 22. y el tercero tiene 26. se ha de hacer un Circulo, que tenga la misma superficie, que los tres Circulos dados, quadrense los tres Diametros, y producen 1304. saquese la raiz quadrada de estos, y sale por raiz 36. y ocho 73. abos, que serà el largo del Diametro, que ha de tener el Circulo, que tenga igual su superficie à los tres Circulos propuestos.

***

PROBLEMA VEINTE Y NUEUE.

Figura Treinta y tres.

Constituir una figura Obal, à un quadrado de igual superficie.

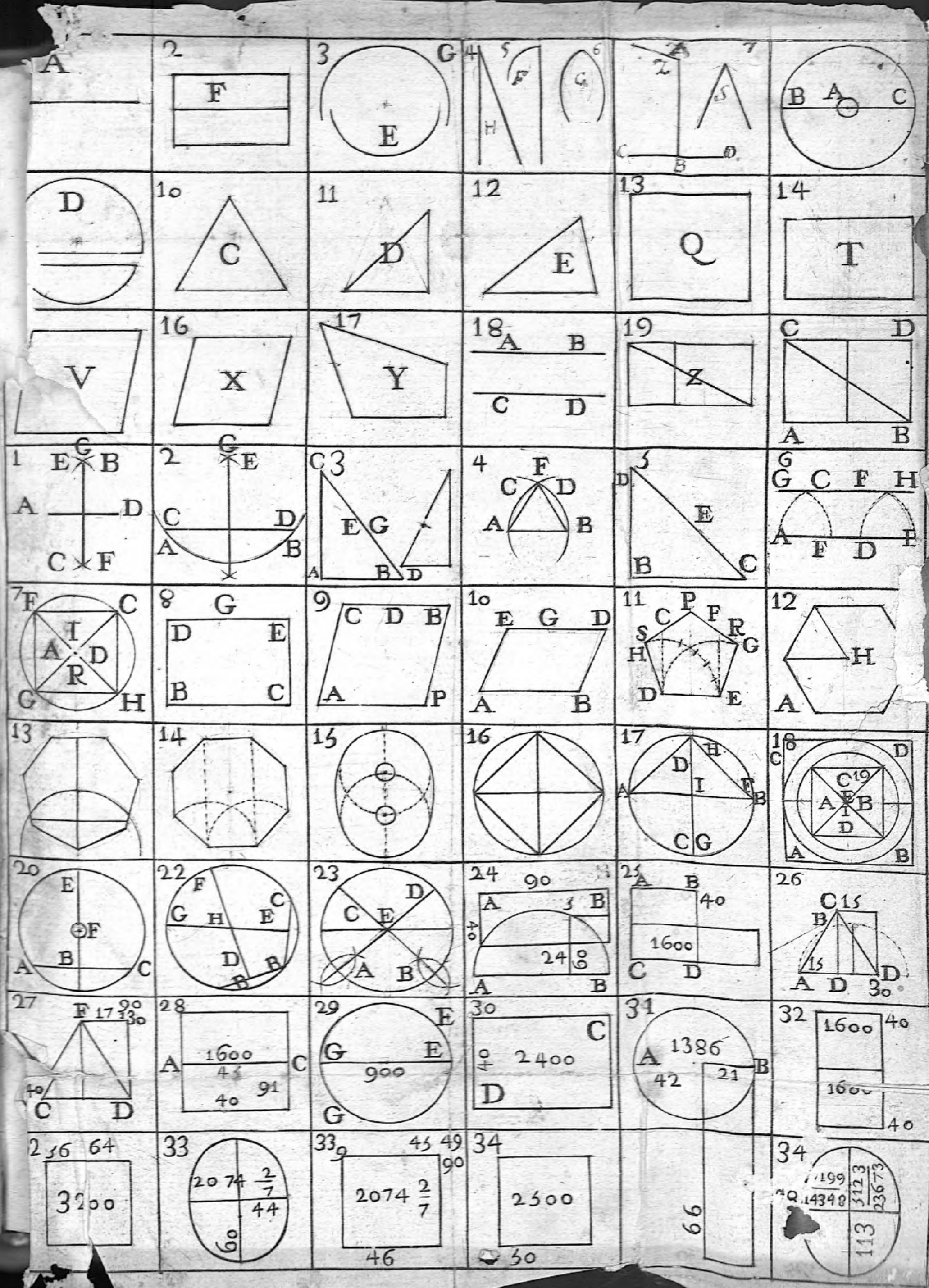
SEa una figura Obal, que su mayor Diametro tiene 60. pies, y el menor tiene 44. se ha de reducir â un quadrado, de igual superficie, pues multipliquense los 60. del un Diametro, por los 44. del otro producen, 2640. multipliquense estos por 11. y producen 29040. que partidos por 14. sale al cociente 2074. y dos septimos pies de superficie, que tiene todo el Obalo; pues saquese la raiz quadrada de estos 2074. y dos septimos, y lo que saliere por raiz, serà el lado del quadrado, que tendrà la superficie igual al Obalo dado.

PROLEMA TREINTA.

Figura Treinta y quatro.

Reducir un quadrado à una figura Obal; que sea de igual superficie.

ES un quadrado, que tiene 50. pies cada lado, y tendrà de superficie 2500. y se ha de hacer un Obalo, que tenga los mismos 2500. de superfice, pues reduzcase el quadrado dicho à Paralelogrammo, por el Problema 21. Multiplico los 2500. por 14. son 35000. parto estos por 11. sale al cociente 3181. y nueve once abos; saquese la raiz quadrada, y sale por raiz 56. y 14398. 23673. abos, doblo estos, y serân 113. 5123. 23673. abos, y esto ha de tener el lado mayor del Obalo; pues tomo la mitad de los 56. catorce mil 398. veinte y tres mil 673. abos, que


A
2 F
3 G E
4 H 5 F 6 G
A Z 7 S C B D
B A C
D
10 C
11 D
12 E
13 Q
14 T
V
16 X
17 Y
18 A B C D
19 Z
C D A B
1 G E B A D C F
2 G E C D A B
C 3 E G A B D
4 F C D A B
5 D E B C
6 G C F H A F D E
7 F C I A D R G H
8 G D E B C
9 C D B A P
10 E G D A B
11 P C F S R H G D E
12 H A
13
14
15
16
17 D H I F A B C G
18 C D C 19 A E B I D A B
20 E F A B C
22 F G H E C D B B
23 D C E A B
24 90 A B 3 40 24 60 A B
25 A B 40 1600 C D
26 C 15 B 15 A D 30 D
27 F 17 90 30 40 C D
28 A 1600 45 C 40 91
29 E G E 900 G
30 C 40 2400 D
31 A 1386 B 42 21
32 1600 40 1600 40
2 36 64 3200
33 2074 2/7 44 60
33 45 49 90 2074 2/7 46
34 2500 30
66
34 199 14348 3123 23673 113

que vino por raiz, y ferà fu mitad 28. y 7199. 14348. abos; que es el Diametro menor del Obalo, que fe pide; pues multipliquenfe el un Diametro pòr otro, como fi fueffe un paralelogrammo, y de fu producto, quitenfe los tres catorcenos, y faldran los mifmos 2500. pies de fuperficie, que tiene el quadrado propuefto.

CAPITULO TERCERO.

Explicafe como fe miden los pies quadrados fuperficiales, y cubicos de algunas figuras Geometricas refueltas por numeros.

EN el Capitulo paffado, fe ha dicho folamente de los principios de Geometria, y de imbertir algunas figuras Geometricas en otras, para que con mas facilidad puedan los aficionados à la Geometria medir los pies quadrados fuperficiales: y cubicos de qualquier figura, con otras curiofidades, que fe diràn en efte compendio breve, donde podràn examinar, y tomar de èl lo que les pareciere, para quando llegue el cafo de executar las medidas que fe diràn.

PARRAFO PRIMERO.

Figura Primera de la Lamina Segunda.

Medir la fuperficie de vn quadrado.

LOs quadrilateros han de fer figuras quadradas de lados, y angulos iguales, ò Paralelos grammos Rectangulos. Si el quadrado fueffe una figura, que tenga de largo, por cada lado veinte pies, fe multiplican veinte por veinte, y faldràn 400 pies de superficie; y si fuesse el dicho quadrado un Estanque, y el grues-so del suelo tuviesse dos pies de Ormogon, ò Argamasa, se han de multiplicar los 400. pies de superficie por los dos que tiene de gruesso, y seràn 800. pies cubicos, que seràn los que tendrà el dicho quadrado, *figura* 1.

Si fuesse una figura quadrilatera prolongada, que sus lados mayores tenga cada uno treinta pies, y cada uno de los menores veinte, multiplicando 30. por 20. producen 600. de superficie; y si fuesse Estanque, y tuviesse tres pies de grues-so su fabrica, se han de multiplicar los 600. de superficie, por los tres de gruesso, y producen 1800. pies cubicos del suelo solamente, y si tienen paredes que cierren su espacio, se ha de multiplicar el largo que tiene cada una por su alto, y lo que produce por el gruesso, y seràn los pies cubicos, que tienen de fabrica, *figura* 2.

PARRAFO SEGUNDO.

Medir la superficie de un Triangulo Rectangulo.

EL triangulo Rectangulo es siempre la mitad de un quadrado, ù Paralelogrammo Rectangulo, y midiendo la figura entera, como se ha dicho, y de su producto tomando la mitad està hecho. Pongo por exemplo tiene por el un lado 30. pies, y por el otro 20. pues multiplicando uno por otro producen 600. tomese la mitad, que serà 300. y tantos pies quadrados tiene de superficie. *Figura* 3.

PARRAFO TERCERO.

Medir los pies de superficie de un Triangulo Escaleno.

Figura Quarta.

TIene un Triangulo Escaleno su lado mayor 70. pies, otro lado 56 y el lado menor tiene 34. para saber los pies de su-

superficie de todo el sumense los tres lados 70. 56. y 34. y son 160. tomese la mitad de estos seràn 80. restense los tres lados, cada uno de por sì de los 80. y seràn las restas 24. - 46. - y 10. multipliquense entre sì estas restas; esto es 24. por 46. hacen 1104. y estos por 10. producen 11040. buelvanse à multiplicar estos por los 80. y salen 883200. saquese la raiz quadrada de estos, y viene por raiz 939. pies quadrados superficiales, y mas 1479. mil ochocientos y setenta y nueve abos de pie; y si el propuesto triangulo tuviese gruesso, se multiplicarà por èl, y saldràn los pies cubicos, que tiene toda la figura.

PARRAFO QUARTO.

Como se miden los pies de superficie de un Triangulo Equilatero.

Figura Quinta.

UN Triangulo Equilatero tiene cada uno de sus lados 20. pies de largo, se ha de medir su superficie; pues quadrese su lado 20. seràn 400. quadrese la mitad del otro lado, serà su quadrado 100. restense estos de los 400. quedan 300. saquese la raiz quadrada de los 300. y serà su raiz 17. y once treinta y cinco abos; y tanto tiene la linea de la perpenpicular, que mutiplicada por la mitad de la vasis, la qual es la mitad del lado 20. que son 10. producen 173. pies, y un septimo de superficie de toda la figura; y si tuviere gruesso, se multiplicaràn por el gruesso, y saldràn los pies cubicos. Se puede medir la superficie de un triangulo Equilatero, quadrando un lado, y multiplicando el dicho quadrado por trece, y lo que produce se partirà por treinta, y lo que sale al cociente es el area; pues quadro el 20. son 400. multiplicolos por trece, producen 5200. que partidos por 30. sale al cociente 173. y un tercio, que es casi lo mismo que por el otro modo.

Tambien se puede medir por otro modo el area de qualquier Triangulo Equilatero: multiplicando el quadrado del un lado son 400. multiplico este quadrado 400. por 433. producen 17. 3200. partanse estos por 1004. ù quitense tres letras que es lo mismo, y sale à la particion 173. y un quinto, y es lo mismo con poca diferencia; y assi se mediràn otros.

PARRAFO QUINTO.

Medir la superficie de un triangulo Isosceles.

Figura Sexta.

EL Triangulo Isosceles tiene los dos lados iguales, y uno desigual, se ha de medir la superficie de uno, que tiene por cada lado de los iguales 24. pies, y el desigual 30. pues quadrese el lado 24. son 576. quadrese la mitad del lado 30. que son 15. y serà su quadrado 225. resto estos de los 576. quedan en 301. saco la raiz quadrada de los 301. sale 17. y 12. - 35. abos, que es la perpendicular; multiplico estos por la mitad de la base 15. y hacen 250. pies, y un septimo de superficie; y si tiene gruesso, se multiplicarà por èl, como se dixo en los otros antecedentes.

Si de qualquier superficie de algun triangulo de los que se han medido se quisiesse formar un quadrado de igual superficie, se sacarà la raiz quadrada de los pies de la figura medida, y lo que saliere por raiz es el lado del quadrado, que se pide. Pongo por exemplo; el Triangulo Equilatero referido saliò de superficie 173. pies y un septimo, y se quiere hacer un quadrado, que en sì tenga los mismos pies quadrados; pues saquese la raiz quadrada de los 173. y un septimo, y sale por raiz 13. pies, y $\frac{119.}{621.}$ abos, que es el lado del quadrado que se pide, el qual lado multiplicado por sì mismo, hacen los 173. pies, y un septimo de superficie, que tiene el dicho triangulo, y por no ser raiz discreta sale mas de superficie $\frac{1220.}{1449.}$ abos, que no se harà caso de este quebrado, por ser raiz sorda la que saliò: Y por esta regla se puede reducir à quadrado qualquier figura rectilinea.

PARRAFO SEXTO.

Medir la Superficie de un Pentagono Regular.

Figura Septima.

EL Pentagono, figura de cinco lados, y angulos iguales, para medir su area se puede dividir en cinco triangulos, y medida la superficie de uno, se multiplicarà por cinco, y serà el area de toda la figura. Puedese medir solo con la noticia de la distancia de uno de sus lados, porque el lado del Pentagono està en proporcion casi sexquialtera, con su perpendicular, como de 3. à 2. pues aunque le toca mas de altura à dicha perpendicular, como el quebrado 13. - 100. abos por evitar quebrados se puede seguir dicha proporcion sexquialtera, que assi la declaran muchos Autores, y ofreciendose medir un Pentagono, que tiene cada lado 24. pies, digase por regla de 3. si 3 de lado dàn dos de perpendicular, 24. que tiene de lado el propuesto Pentagono, que darà; sigase la regla de tres, y salen 16. de perpendicular; pues multiplico los 8. que es la mitad de esta perpendicular, por los 24. que tiene el lado, y salen 192. pies de superficie de cada triangulo; y pues son 5 multiplico los 192. por cinco, y producen 960. pies de superficie, que tiene toda la figura; y si tuviesse gruesso, se multiplicarà por èl, y saldràn los pies cubicos.

PARRAFO SEPTIMO.

Como se mide la superficie de un Exagono Regular.

Figura Octava.

PAra medir un Exagono Equilatero de seis lados, y angulos iguales, que tiene cada lado 24. pies, para saber los pies quadrados de toda la figura, se dividirà en seis triangulos, y tirando