THEOREMA VEINTE Y TRES:
Proposicion Veinte y siete.

En llegando el Objecto à tal Distancia, que ocupe vn Angulo indivisible, se perderà de vista.

DEMONSTRACION.

(1.) *Definic. 4. Cap. 2.* TAMBIEN està claro: Porque todo Angulo Optico, hà de ser divisible por el Exe de la Pyramide: (1.) Pero este no lo es, por la Suposicion: Porque *alias*, no seria el minimo: Luego por èl no puede encaminarse à la Vista especie alguna visible.

DEMUESTRASE
de otro modo.

DEMOS, que vna Magnitud llegue à tal Distancia que solo ocupe el menor Angulo Optico, que pueda darse: Y dèmos, que apartandose mas, ocupa otro Angulo menor, el qual no serà divisible; (porque à serlo, serà Angulo Optico, y avria otro Angulo menor, que el menor:) Luego este Angulo no seria Optico: (2.) Pero ninguna cosa se vè, sino debaxo de Angulo Optico: (3.) Luego en llegando el Objecto à tal Distancia, que solo ocupe vn Angulo indivisible, se perderà de vista: Pero aùn mucho antes se perderà de vista, por la densidad de el Ambiente, y la Athmosphera, ò Vapores Terreos, que le confunden, y perturban, junto con la debilidad de nuestra Vista. Por lo qual demuestra Euclides (*en su Perspectiva, Theorema Tercero:*)

(2.) *Definic. 4. Cap. 2.*

(3.) *Definic. 1. Cap. 2.*

Que todas las cosas tienen vna determinada Distancia para verse; passada la qual, no se veràn.

CAPI-

CAPITULO IV.

EN QUE SE CONCLUYE EL INTENTO, con algunos Problemas, muy vtiles à las operaciones de la Pintura.

AVIENDO concluìdo con los dos Empeños mas importantes de eſta Facultad, en los dos Capitulos antecedentes; que ſon, la Perſpectiva de Cuerpos, y la Perſpectiva de Luzes; me hà parecido añadir aquì algunas Propoſiciones, que ſi bien no ſon pertenecientes à la Optica, ſon ſin embargo muy vtiles à diferentes operaciones, que ocurren en la Practica de la Pintura: Y aſsi, en gracia de los Eſtudioſos, las pondrè aquì, remitiendo la Demonſtracion de algunas à los lugares, donde las tratan ſus Autores, y demonſtrando, las que no tuvieren Autor: Y aſsi, no avrà que citar ninguna de las Definiciones, ni Supoſiciones de los Capitulos antecedentes, ſino ſolo las de los Elementos de Euclides.

PROBLEMA PRIMERO: Propoſicion Primera.

Dado vn Triangulo, reſolverle en Paralelogrammo Rectangulo.

SEA el Triangulo dado *A B C*; y ſobre la Baſa *B C*, dexeſe caër la Perpendicular *A G*; y dividida eſta en dos partes iguales, en el Punto *E*, levantenſe ſobre los Angulos *B*, y *C*, las Perpendiculares *B D*, *C F*, iguales à *G E*; y deſde el Punto *D*, haſta *F*, tireſe la Linea *D F*, que ſerà Paralela à *B C*, y quedarà conſtituìdo el Paralelogrammo Rectangulo *B D F C*, igual à el Triangulo *A B C*, en la mitad de ſu Altura: Lo qual ſe demueſtra *en la* 42. *Propoſicion del Libr.* 1. *de los Elementos de Euclides.* (1.)

Figura 1. Capitulo 4.

(1.) *Euclides* 42. *Propoſic.* 1.

COROLARIO.

SIGUESE de aquì, que qualquiera Paralelogrammo (ſea; ò no Rectangulo) que eſtuviere ſobre vna miſma Baſa, ò igual à vn Triangulo, y en la miſma Altura, ſerà Duplo de el Triangulo; ſea eſte de la eſpecie que fuere: (2.) Porque el Paralelogrammo *H G*, eſtà dividido por la Diagonal *B A*, en dos mitades: (3.) Luego es Duplo de el Triangulo *B A G*: Y lo miſmo ſe demueſtra de el Paralelogrammo *G I*: Luego el total *H C*, es Duplo de el Triangulo total *B A C*.

(2.) *Euclides* 41. *Propoſi.* 1.

(3.) *Euclides* 34. *Propoſic.* 1.

PROBLEMA SEGUNDO:
Proposicion Segunda.

Sobre vna Linea Recta dada, constituir vn Paralelogrammo, igual en Area, à vn Paralelogrammo dado.

Figura 2.

SEA el Paralelogrammo dado *AB*, y la Linea dada *CD*. Pongase esta en direccion con la *AC*; y de el Punto *D*, por el Angulo *B*, tirese la Linea indefinita *DI*. Alargueſe la *AE*, hasta que concurra con la Diagonal en *I*; y tirense las Paralelas *IH*, *BF*, *DH*, y *BG*, y quedarà constituìdo el Paralelogrammo *BH*, igual à el dado *AB*, y sobre la Linea *CD*, ò su igual *BF*: Porque siendo iguales los Triangulos *ADI*, *DIH*; (1.) quitando de ambas partes los *CDB*, y *DBF*, iguales, y los *EBI*, *BIG*, tambien iguales, se quitan de iguales, iguales: (2.) Con que los Residuos, ò Complementos *AB*, *BH*, forçosamente quedan iguales, que es lo que se pide: (3.) Cuya Demonstracion es de grande importancia, por la summa vtilidad que subministran, assi los Complementos dichos, por la igualdad, como los otros dos, por donde passa el Diametro (que llaman *Circa Diametrum*) por la semejança, y proporcionalidad. (4.) Y tambien por ser medio para hallar vna Quarta Proporcional, dados los tres Terminos *BG*, *BI*, y *BC*, hallar el quarto, que es *BD*; y serà como *BG*, à *BI*; assi *BC*, à *BD*; ò como *IG*, à *GB*; assi *DC*, à *CB*: Lo qual es vtilissimo para muy importantes operaciones, como se verà adelante.

(1.) *Euclides* 34. *Proposic.* 1.

(2.) *Euclides* 3. *Axiom.* 1.

(3.) *Euclides* 43. *Proposic.* 1.

(4.) *Euclides* 24. *Proposic.* 6.

Tambien se puede hazer el Paralelogrammo, que se pide, con vn Angulo Rectilineo dado: Pues formando el Angulo *AEB*, igual à el dado, y en lo demàs obrando como se hà dicho, resultarà el Paralelogrammo *BH*, igual à el dado; y con el Angulo *G*, igual à el que se pide. Y por este mismo medio se pueden tambien constituir Triangulos iguales à otros dados, siendo sobre iguales Basas, y entre vnas mismas Paralelas; (5.) y aunque sean con vn Angulo Rectilineo dado: Guardando la proporcion que diximos en la antecedente, de ser Duplo de el Triangulo el Paralelogrammo, que està sobre la misma Basa, y en la misma Altura.

(5.) *Euclides* 38. *Proposic.* 1.

PROBLEMA TERCERO:
Proposicion Tercera.

Constituir vn Quadrado igual, à vn Paralelogrammo dado.

Figura 3.

SEA el Paralelogrammo dado *AD*; y alargueſe la Linea *CD*, hasta *F*, quedando *DF*, igual à *DB*, (Altura de el Parolelogrammo) y haziendo Diametro la *CF*, desde el Punto medio *G*, como Centro, describase la Circunferencia *CEF*, y alargueſe la *DB*, hasta que toque la Circunferencia en el Punto *E*; y el Quadrado que se describiere sobre la *DE*, serà igual à el Rectangulo *ABCD*; por ser

la

la *D E*, Media Proporcional entre la *C D*, y la *D B*, ò su igual *D F*. (1.) *En que es de observar el modo de hallar la Media Proporcional entre dos Lineas desiguales, por ser vn Problema vtilissimo para muy importantes operaciones de la Mathematica; el qual lo demuestra Euclides, en la 13. Proposicion del 6.*

(1.) *Euclides 14. Proposic. 2. y 17. Proposicion 6.*

COROLARIO PRIMERO.

DE aquì se sigue, que para constituir vn Quadrado igual, à vn Triangulo (sea el que fuere) reduzido à Paralelogrammo, por la primera de este, y el Paralelogrammo à Quadrado, por la presente, serà el Quadrado igual à el Triangulo, por ser los dos iguales à vn tercero. (2.)

(2.) *Euclides 1. Axiom. 1.*

COROLARIO SEGUNDO.

SIGUESE tambien la Conversa, de reduzir el Quadrado à Paralelogrammo, de la longitud que se quisiere, por la antecedente, poniendo el Quadrado en la Linea *A C*; y la longitud de el Paralelogrammo, que se pide, en la *C D*: Y en lo demàs, como en la antecedente.

Figura 2.

PROBLEMA QUARTO:
Proposicion Quarta.

Medir la Area de vn Paralelogrammo, sea, ò no, Rectangulo.

SEA el Paralelogrammo *A B C D*: Su Altura sea treinta pies: Su Longitud sesenta: Multipliquese el sesenta por treinta; y el Producto, que son mil y ochocientos pies, serà el valor de toda su Area: (1.) Lo qual es vtilissimo para medir las Superficies de Paredes, Bobedas, ò Cielos Rasos, que se huvieren de pintar, aunque sean Trapecias, ò irregulares, reduziendolas à Triangulos; y de Triangulos, à Paralelogrammos; y de estos, à Quadrados: Y sabiendo los pies que arrojan, hazer su Abançe, para no entrar à ciegas en las Obras de consequencia.

Figura 3.

60. *Largo.*
30. *Ancho.*
1800. *Producto.*

(1.) *Euclides, apud Clavium. super 1. Definit. 2. Element.*

PROBLEMA QUINTO:
Proposicion Quinta.

Constituir vn Quadrado igual, à dos Quadrados dados.

SEAN los dos Quadrados dados *A B C D*, *E F G H*: Tomese de cada vno vn lado, como *C D*, de el vno, y *G H*, de el otro; y formese de ellos el Angulo Recto *I G K*: (1.) Y tirese despues la Hypotenusa *I K*, (que assi se llama la Linea, ò Lado, que en vn Triangulo Rectangulo se opone à el Angulo Recto) y el Quadrado que

Figura 4.

(1.) *Euclides 11. Proposit. 1.*

que ſe conſtituyere ſobre la Linea *I K*, ſerà igual à los dos Quadrados de las Lineas *I G*, *G K*, que ſon los *A D*, y *E H*. (2.)

(2.) *Euclides 47. Propoſic. 1.*

Figura 5.

Pero ſi los dos Quadrados dados fueren iguales, ſe podrà demonſtrar la igualdad de el tercero à los dos, ſin la 47. de el Primero de los Elementos de Euclides: Porque ſiendo iguales los dos Quadrados *G B*, *B H*, y pueſtos ſus dos lados *A B*, *B C*, en Angulo Recto; tireſe la Hypotenuſa *A C*, y ſobre ella formeſe el Quadrado *A F*. (3.) Digo: Que eſte es igual à los dos Quadrados *G B*, *B H*: Porque en el Triangulo *A B C*, el Angulo *A B C*, es Recto, por la Conſtruccion; y los lados *A B*, *B C*, iguales, por la Supoſicion: Luego los Angulos *B A C*, *B C A*, ſobre la Baſa, (4.) ſeràn Semirectos: Pero en el Triangulo *A E C*, el lado *A C*, es comùn, y el Angulo *E*, Recto; y tambien Semirectos los Angulos *E A C*, *E C A*: (5.) Luego todo el Triangulo *A E C*, ſerà igual à todo el Triangulo *A B C*; y el Quadrilatero *A B C E*, ſerà quadrado: (6.) Pero el Triangulo *E F C*, por la miſma razòn, es igual à el Triangulo *A B C*: Luego el Triangulo Total *A F C*, (7.) ſerà igual à el Quadrado *A B C E*: Pero el Triangulo *A F C*, es mitad de el Quadrado *A D F C*: (8.) Luego el Quadrado *A F*, es Duplo de el Quadrado *B E*: Pero cada vno de los dos Quadrados *G B*, *B H*, es igual à el Quadrado *B E*, por ſer los lados *A B*, *B C*, comunes: (9.) Luego los dos Quadrados *G B*, *B H*, juntos, ſon tambien Duplos de el Quadrado *B E*: (10.) Luego el Quadrado *A F*, es igual à los dos Quadrados iguales *G B*, *B H*, juntos: Que es lo que ſe avia de hazer, ſin la 47. del Primero de Euclides.

(3.) *Euclides 46. Propoſi. 1.*

(4.) *Eucl. 2. Cor. 32. Propoſ. 1.*

(5.) *Euclid. 26. y 34. Prop. 1.*

(6.) *Euclides 29. Definit. 1.*

(7.) *Euclides 1. Axiom. 1.*

(8.) *Euclides 34. Propoſic. 1.*

(9.) *Euclides 35. Propoſic. 1.*

(10.) *Euc. 6. Ax. 1. y 9. Prop. 5.*

DEMUESTRASE *mas facilmente.*

Figura 5.

PORQUE ſiendo iguales los dos Quadrados *G B*, *B H*, hagaſe de ellos el Paralelogrammo *A H*; y por la tercera Propoſicion antecedente conſtituirle vn Quadrado igual, por la Media Proporcional *E K*, que inſiſte en la Circunferencia *D K H*; y eſte ſerà igual à los dos Quadrados *G B*, *B H*. (11.)

(11.) *Euc. 1. Ax. 1. y 9. Prop. 5.*

COROLARIO PRIMERO.

DE aquì ſe ſigue la Converſa; que dado vn Quadrado, como *A F*, ſe cõſtituyan dos Quadrados iguales à èl, è iguales entre sì; haziendo Semirectos los Angulos, ſobre la Linea *A C*, y ſobre los lados *A B*, *B C*, ſe conſtituìràn los dos Quadrados iguales à el dado, è iguales entre sì,

Y ſi ſe pidieren deſiguales, ſe puede hazer por la Primera Parte de eſta Propoſicion. Y ſi fuere ſeñalado el lado de vno de los dos Quadrados pedidos (con tal, que ſea menor que la Hypotenuſa, que es el lado del Quadrado dado, como *I K*;) hecho el Angulo Recto, hazer vna de ſus Lineas, ò lados, igual à el lado de el Quadrado que ſe pide, como *I G*; (12.) y deſpues, con el Intervalo de la Hypotenuſa, haziendo Centro

Figura 4.

(12.) *Euclides 3. Propoſic. 1.*

en

en el Punto *I*, deſcribir la Porcion *L K*, que cortarà la *G K*, en algun Punto, como *L*: Con que *G L*, ſerà lado de el otro Quadrado, que ſe pide. Figura 4.

Y ſi ſe dieren dos Quadrados deſiguales, y ſe pidieren dos iguales entre sì, y à los dados; hallada la Hypotenuſa de los dos deſiguales, formar ſobre ella los dos Angulos de el Triangulo Rectangulo Semirectos, y produzirà dos lados iguales, como lo ſeràn ſus Quadrados entre sì, y tambien à los dos propueſtos.

COROLARIO SEGUNDO.

SIGUESE tambien, que la mitad de el Diametro de vn Quadrado, es lado de vno, que ſea Subduplo, ò mitad ſuya; porque el Semidiametro *E C*, es lado de el Quadrado *B E*, que eſtà demonſtrado, mitad de el Quadrado *A F*. Figura 5.

COROLARIO TERCERO.

SIGUESE tambien, que el Quadrado que ſe conſtituyere ſobre la Diagonal de otro, ſerà Duplo de aquèl: Porque la Linea *A C*, es Diametro, ù Diagonal de el Quadrado *B E*, y ſobre ella eſtà formado el Quadrado *A F*, que ſe hà demonſtrado, Duplo del Quadrado *B E*.

COROLARIO QUARTO.

SIGUESE tambien, que el Quadrado, que ſe conſtituyere ſobre la mitad de vno de los lados de otro Quadrado, ò ſobre la Perpendicular, que de el Centro de el Quadrado cayere ſobre vno de ſus lados, como la *E I*, ſerà Subquadruplo de dicho Quadrado: Porque la *E I*, es Semidiametro de el Quadrado *B E*: (13.) Luego el Quadrado de la *E I*, ſerà Subduplo de el Quadrado *E B*: Pero el Quadrado *E B*, ſe hà demonſtrado Subduplo de el Quadrado *A F*: Luego el Quadrado *A F*, ſerà Quadruplo de el Quadrado de la *E I*: (14.) Eſto es, que el Quadrado de la *E I*, eſtarà quatro vezes contenido en el Quadrado *A F*: Y de eſte modo ſe puede ir dividiendo, y ſubdividiendo vn Quadrado por todas ſus partes aliquotas, caſi infinitamente. (15.)

(13.) *Corolario 2.*

(14.) *Euclides 4. Definic. 5.*

(15.) *Euclides 1. Definic. 5.*

COROLARIO QUINTO.

SIGUESE tambien, que en los Triangulos Ambligonios, el Quadrado q̃ ſe deſcribiere ſobre el lado opueſto à el Angulo Obtuſo, ſerà mayor, que los dos de los lados que le comprehenden. Y tambien, que en los Triangulos Oxigonios, el Quadrado de el lado opueſto à el Angulo Agudo, ſerà menor, que los dos de los lados que le comprehenden.

*** *** *** ***

PROBLEMA SEXTO:
Proposicion Sexta.

Dado vn Quadrado, triplicarle, quintuplicarle, ò multiplicarle, en qualquiera Proporcion de Numeros, pares, ò impares.

Esta admirable Practica la enseña el Insigne Geometra Pintor Alberto Durero, en el Cap. 30. del Libr. 2. de su Geometria: Y despues la demonstrò el Padre Clavio, en la vltima Proposicion del Sexto Libro de Euclides.

Figura 6.

SEA, pues, el Quadrado propuesto *A B C D*, y quieraſe hazer otro, ſiete vezes mayor; alargueſe la Linea *B A*, haſta el Punto *E*; de ſuerte, que la *A E*, ſea Sextupla: (Eſto es, ſiete vezes mayor, que la *B A*,) y deſpues, en la mitad de la *B E*, ſe haga Centro, como en el Punto *F*, y con el Intervalo *F E*, ſe deſcriba la Circunferencia *E G B*, y alargueſe la *A C*, haſta el Punto *G*, de la Circunferencia. Digo: Que el Quadrado *H A*, que ſe deſcribiere ſobre la *A G*, ſerà ſiete vezes mayor, que el propueſto *D A*: Porque la *A G*, es Media Proporcional entre las dos Lineas *E A*, y *A B*: (1.) Luego la primera *E A*, ſerà à la tercera *A B*, como es el Quadrado *H A*, de la ſegunda, (2.) à el Quadrado *D A*, de la tercera: Pero la *E A*, ſe hizo Sextupla de la *A B*: Luego tambien el Quadrado *A H*, ſerà Sextuplo de el Quadrado *D A*: Que es lo que ſe avia de hazer. Y lo miſmo ſerà, ſi la *E A*, ſe hiziere Sextupla, ò Quintupla, ò en qualquiera otra Proporcion à la *B A*: Porque ſiempre el Quadrado de la Media, tendrà à el de la tercera aquella miſma Proporcion, que la primera Linea *E A*, tuviere à la tercera *A B*.

(1.) *Eucli. 1. Cor. 13. Prop. 6.*

(2.) *Euclid. Corol. 20. Prop. 6.*

PROBLEMA SEPTIMO:
Proposicion Septima.

Dado qualquiera Paralelogrammo, conſtituir otro ſemejante, y ſemejantemente pueſto, en qualquiera Proporcion, mayor, ò menor, à otro Paralelogrammo dado.

Figura 7.

SEA el Paralelogrammo dado *A B C D*, y pideſe otro ſemejante à eſte, y en Proporcion Dupla: Para lo qual ſe harà la *E B*, Dupla de la *B A*, y hallado el Centro *F*, en el medio de la *A E*, ſe deſcriba el Semicirculo *E G A*; y levantando la *B G*; la qual (como ſe hà dicho) es Media Proporcional entre la *E B*, y *B A*. Hagaſe la *A H*, igual à la *G B*; y tireſe la *H I*, Paralela à la *A D*, haſta q̃ ſe corte con la Diagonal *A C* alargada, en el Punto *I*. Tireſe, pues, la *I K*, Paralela à la *A H*, y alargueſe la *A D*, haſta q̃ corte à la indefinita *I K*, en *K*, y quedarà hecho el Paralelogrammo *H K*, ſemejante, y ſemejantemente pueſto à el

el *AC*, y Duplo ſuyo. La Demonſtracion es la miſma de el antecedente: (1.) Y à qualquiera Punto del Diametro *AI*, que ſe tiren Paralelas à los lados opueſtos, como en *M*, ſe conſtituirà vn Paralelogrammo, ſemejante à el *AI*, Total, como lo es el *ALMN*; y aſsi de los demàs, que ſe hizieren, mayores, ò menores, con eſta Practica.

(1.) *Euclides 24. Propoſic. 6.*

PROBLEMA OCTAVO:
Propoſicion Octava.

Conſtituir vn Quadrado igual à vn Rectilineo dado, por irregular que ſea.

SEA el Rectilineo irregular dado *ABFG*. Reſuelvaſe en Triangulos, como *ABC, CBD, CDE, EDF, FDG*; y por la primera de eſte Capitulo (*que es la 42. del 1. de Euclides*) irlos reduziendo à Paralelogrammos; y eſtos, en Quadrados, por la tercera de eſte: Y deſpues por la quinta (*que es la 47. del 1. de Euclides*) irlos reduziendo, cada dos, à vno, haſta que vengan todos à quedar en vno ſolo; y eſte ſerà el que ſe pide. Y lo miſmo que ſe haze para hazer menſurable à eſta Superficie irregular, ſe harà para menſurar qualquiera otra de las Regulares Multilateras, (1.) como Pentagonos, Hexagonos, &c. Pues reſueltos en Triangulos; y de eſtos, en Paralelogrammos, ò Quadrados, ſe puede medir ſu Area, multiplicando vn lado por otro, como diximos en la Propoſicion Quarta del preſente Capitulo.

Figura 8.

(1.) *Definic. 54. Cap. 1.*

PROBLEMA NUEVE:
Propoſicion Nueve.

Dado vn Circulo, conſtituir otro, que ſea Subduplo, ò mitad ſuya.

SEA el Circulo dado *IHGK*. Circunſcribaſele vn Quadrado, (1.) como *BCDE*: Y ſobre el Semidiametro *AD*, formeſe el Quadrado *AF*; y hallado el Centro *G*, por medio de ſus Diametros, inſcribaſe en èl vn Circulo, y eſte ſerà mitad del antecedente *IHGK*: Porque como el Quadrado, à el Quadrado; aſsi el Circulo inſcripto, à el Circulo inſcripto: Pues ſu Diametro es igual à el lado del Quadrado, en quien ſe inſcribe: (2.) Y los Circulos tienen entre sì la miſma Proporcion, que ſus Diametros: Pero el Quadrado *AF*, es mitad de el Quadrado *BD*: (3.) Luego el Circulo *G*, ſerà mitad del Circulo *A*: Que es lo que ſe avia de hazer. Y por la miſma razòn, el Circulo *L*, ſerà mitad de el Circulo *G*; y conſiguientemente, el Circulo *A*, ſerà Quadruplo de el Circulo *L*. Y de eſta ſuerte ſe pueden ir multiplicando, ù diſminuyendo, proporcionalmente; pues como el Circulo *A*, à el Circulo *G*, aſsi el miſmo *G*, à *L*, &c. Cuya Practica es de nueſtro Alberto, *Libr. 1. Cap. 41. de ſu Geometria.*

Figura 9.

(1.) *Euclides 7. Propoſic. 4.*

(2.) *Archimed. Propoſic. 7. apud Tacquet, in Geomet.*

(3.) *Corolar. 2. Propoſic. 5.*

CO-

COROLARIO.

DE aquì se sigue, que para formar vn Circulo, que sea tres, ò cinco, ò siete vezes mayor, ò menor, que otro, (y assi en las demàs Proporciones impares) hallado el Quadrado, que tenga con el circunscripto de el Circulo dado, la Proporcion que se busca, mayor, ò menor, (por la Sexta Proposicion de este Capitulo) se hallarà luego el Circulo, en la misma Proporcion, inscribiendole en dicho Quadrado.

PROBLEMA DIEZ.

Proposicion Diez.

Constituir vn Paralelogrammo, igual à vn Circulo dado.

SUPUESTA la Proposicion de Archimedes, de que el Circulo es igual à el Triangulo; cuya Base es igual à la Linea de su Circunferencia, y la Altura à su Semidiametro: (1.) Y sentada la Hypotesi, de que la Circunferencia contiene à su Diametro, poco menos que tres vezes, y vna septima parte suya, que es como 7. el Diametro, y 22. la Circunferencia; hallarèmos, que tomada la mitad de la Circunferencia, con la misma Altura del Semidiametro, se constituirà vn Paralelogrammo, (2.) igual à el Circulo.

(1.) *Archime. Proposit. 5. y 6. apud Tacquet, in Geomet.*

(2.) *Proposicion* 1.

DEMONSTRACION.

Figura 10.

22.

7.

154.

SEA, pues, el Circulo dado *A*: Su Diametro sea 14. La Circunferencia 44. Tomese la mitad del Diametro, que es 7. y la mitad de la Circunferencia, que es 22. Y de estas dos Lineas, hagase el Rectangulo *A B*, y este serà igual à el Circulo *A*; en el qual Paralelogrammo, multiplicado el 22. por el 7. produzirà 154. y esta misma serà la Area del Circulo *A*, à quien se constituyò igual: Cuya Practica importa mucho, para medir qualquiera Superficie Circular: Como tambien para quadrar el Circulo debaxo de esta Hypotesi, reduziendo à Quadrado el Paralelogrammo, por la Tercera Proposicion de este Capitulo.

Pero no serà fuera de proposito, para quadrar el Circulo con mayor brevedad, poner aquì la Practica de Alberto Durero; que es: Dividir el Diametro del Circulo en ocho partes; y añadiendo vna mas à cada extremo, como en la Figura 11. quedarà vna Linea de diez octavas partes de el Diametro del Circulo: Y esta, tomada por Diagonal, ù Diametro, constituirà vn Quadrado practicamente igual, ò con muy imperceptible diferencia, à el Circulo dado. Y si dado el Quadrado, se pidiere el Circulo; que le sea igual, en la forma dicha; dividir el Diametro, ù Diagonal suya, en diez partes, y tomar las ocho por Diametro de el Circulo que se pide; y este serà igual en Area à el Quadrado, segun esta Practica.

Figura 11.

Y si se quisiere constituir vn Triangulo Equilatero, igual à el Circulo; hallado el Quadrado, por la Practica antecedente, divi-

dividir vn lado en dos partes iguales; y dando tres de eſtas à el lado del Triangulo Equilatero; eſte ſerà igual à el Quadrado (ſegun nueſtro Alberto;) (3.) y conſiguientemente à el Circulo, cuyo Quadrado es: Como ſe vè en el Quadrado *A B*, que dividido el lado *B F*, en las partes *B E*, *E F*, alargando la *B F*, haſta *C*, quedando la parte *F C*, igual à vna de las antecedentes *B E*, *E F*, queda terminada la Linea *B C*; ſobre la qual, formando el Triangulo Equilatero *B C D*, (4.) ſerà igual à el Quadrado *A B*; y conſiguientemente à el Circulo, cuyo Quadrado fuere. Figura 12.

(3.) *Albert. Libr. 2. cap. 28. de Geometr.*

(4.) *Corolar. Propoſ. 3. cap. 1.*

De que ſe ſigue la Converſa, que para formar vn Quadrado, practicamente igual à vn Triangulo Equilatero, dividaſe vno de ſus lados en tres partes iguales; de las quales, tomando dos, por el lado del Quadrado; (5.) eſte ſerà igual à el Triangulo Equilatero (ſegun eſta Practica) y conſiguientemente à el Circulo, que (ſegun la Practica antecedente) ſe conſtituyere igual à el Quadrado.

(5.) *Corolar. 5. Propoſ. cap. 1.*

Tambien ſe ſigue de aquì la Reſolucion de vn Problema curioſo; que es: Conſtituir vn Triangulo Equilatero, igual en Area à vn Triangulo Eſcaleno dado: Pues reduziendole à Paralelogrammo, por la Primera Propoſicion de eſte Capitulo; y deſpues à Quadrado, por la Tercera; y por la preſente, à Triangulo Equilatero; quedarà concluìdo el intento, debaxo de eſta Hypoteſi.

PROBLEMA ONZE.

Propoſicion Onze.

Dada qualquiera Figura Rectilinea, deſcripta dentro, ò fuera de el Circulo, hazer otra ſemejante, que ſea quanto ſe quiſiere mayor, ò menor que la propueſta.

SEA, pues, el Triangulo Equilatero *A B C*, deſcripto dentro de el Circulo, y ayaſe de hazer otro, cuyo lado ſea la *C L*. Haſe de buſcar el Semidiametro de vn Circulo, que ſea capàz de vn Triangulo Equilatero, cuyo lado ſea la *C L*: Y para eſto, de el Centro *D*, de el Triangulo *A B C*, ſe tiren las dos Lineas Rectas *D B*, y *D C*; y la *D C*, ſe alargue indefinitamente àzia el Punto *E*: Y deſpues, de el Punto *L*, ſe tire la *L E*, Paralela à la *B D*, haſta que concurra con la *C D* alargada, en el Punto *E*. Digo: Que la *C E*, es el Semidiametro de vn Circulo, capàz de vn Triangulo Equilatero, cuyo lado ſea la Linea *C L*. Figura 13.

DEMONSTRACION.

PORQUE en el Triangulo *C E L*, eſtà tirada la Linea Recta *D B*, Paralela à la *E L*: (1.) Luego cortarà los dos lados *C E*, y *C L*, proporcionalmente, en los Puntos *D*, y *B*: Con que ſerà *C D*, à *C B*, como es *C E*, à *C L*: Pero la *C D*, es Semidiametro de vn Circulo, capàz de vn Triangulo Equilatero, cuyo lado es la *C B*: Luego tambien la *C E*, ſerà Semidiametro de vn Circulo, capàz de vn Triangulo Equilatero, cuyo lado ſea igual à la *C L*: Que

(1.) *Euclides 2. Propoſic. 6.*

Que es lo propuesto. Y lo mismo se observarà en qualquiera otra Figura Regular, de las que se describen, dentro, ò fuera de el Circulo, tomando vno de sus lados por Basa de vn Triangulo, como *C D B*, cuyo Angulo Vertical *D*, estè en el Centro de el Circulo: Y en lo demàs se obrarà como queda dicho.

Pero si la Figura Rectilinea dada es grande, y se pide otra menor; estando hecho el Triangulo yà dicho *D B C*, cortarèmos del lado *C B*, vn Segmento, que sea igual à la Linea dada de la Figura que se pide menor; y despues se tirarà vna Linea dentro de el Triangulo *C D B*, por la Seccion hecha, que sea Paralela à la *D B*; y esta serà el Semidiametro de el Circulo, capàz de vna Figura semejante à la dada, y cuyos lados sean iguales à el propuesto. Y para mayor inteligencia, imaginese, que el lado *C L*, es el de la Figura grande, y el *C B*, el de la Figura menor, que se pide, y la *D B*, es la Linea, que se hà tirado Paralela à la *E L*, y essa es la que dà el Semidiametro de el Circulo, para la Figura, que se pide menor, que la propuesta.

COROLARIO PRIMERO.

DE aqui se sigue, que para formar qualquiera Figura Regular de vn lado propuesto, sin dar otra mayor, ni menor, bastarà formar vna de aquella especie, à su voluntad (salga mayor, ò menor en sus lados, que la Linea dada) y despues, por la presente Proposicion, buscar el Diametro de el Circulo, capàz de vna Figura, cuyos lados sean iguales à el propuesto de la Linea dada.

COROLARIO SEGUNDO.

Figura 13.

DE aquì se sigue tambien la Resolucion de vn Problema curioso; en que: Dada vna Linea Recta terminada (como *G L*) se halle el Centro de el Circulo, capàz de vna Figura Regular, cuyo lado sea la *C L*. Hagase, como se hà dicho, otra Figura, mayor, ò menor, de la misma especie de la que se pide; y tirando vna Linea Recta à el Centro, desde vno de sus Angulos, como *C D*: y reconocido el Angulo, que forma la *D C*, con la *C B*, constituirle igual (1.) sobre el extremo *C*, de la Linea dada *C L*; y alargada quanto se quiera la *C D*, desde qualquiera Punto, como *D*; y con el Intervalo *D C*, describase la Porcion Circular *C B*: Y desde la Seccion *B*, tirar otra Recta à el Punto *D*: Y despues otra Paralela à esta, desde el Punto *L*, que concurrirà sobre la *C D*, en el Punto *E*, y este serà el Centro de el Circulo, donde se pueda inscribir vna Figura de la especie que se pide; cuyo lado sea el propuesto de la Linea dada.

(1.) *Proposicion 1. Cap. 1.*

Puedese tambien hazer, levantando vna Perpendicular, como *F E*, (2.) en la mitad de la Linea dada; y formando en vna de sus extremidades el Angulo igual, como se hà dicho, y alargada la Linea superior de este Angulo, hasta que concurra con la Perpendicular en el Punto *E*, allì serà el Centro de el Circulo que se pide; por ser cierto, que està el Centro en qualquiera de estas dos Lineas: (3.) Luego estarà en la co-

(2.) *Proposicion 2. Cap. 1.*

(3.) *Eucl. Cor. 1. P. y 19. P. 3.*

comùn Seccion. Y tambien por eſte medio, dada la Figura, ſe puede hallar el Centro de el Circulo, en quien eſtà inſcripta.

Tambien es de notar en eſta, como en la Segunda Propoſicion, el medio de hallar la Quarta Proporcional, ò Quarto Termino, à tres Magnitudes dadas, que llaman *Regla de Tres*: Pues compueſtas la primera, y ſegunda en la Recta *C B, B L*; la tercera *C D*, ſe componga en qualquier Angulo, en el extremo *C*; y tireſe la *D B*; y alargada indefinitamente la *C D*, tireſe deſde el Punto *L*, la Paralela *L E*; y ſerà *D E*, la Quarta Proporcional, ò Quarto Termino, que ſe buſca. (4.)

(4.) *Euclides* 12. *Propoſic.* 6.

Lo qual ſe puede hazer tambien por cantidad diſcreta, ò arithmeticamente; diziendo: Como 4. à 6. aſsi 8. à el que ſe buſca. Multipliqueſe el ſegundo Termino por el tercero, y ſaldràn 48. Partanſe eſtos por el primero, que es 4. y el cociente ſerà 12. y eſte ſerà el quarto Termino: Porque ſi quatro cantidades ſon Proporcionales, el Rectangulo de las extremas es igual à el Rectangulo de las medias. (5.) Y aſsi ſe verà, que lo miſmo produze multiplicado el 12. por el 4. que el 8. por el 6. que ſon 48.

(5.) *Euclides* 16. *Propoſic.* 6.

Tambien para hallar vna Tercera Proporcional, à dos Rectas dadas, ſe puede hazer por cantidad continùa, haziendo igual la *B L*, à la *C D*, ſegunda; y de eſta ſuerte, la *D E*, ſerà Tercera Proporcional: Porque ſerà como *C B*, à *B L*, ò à ſu igual *C D*; aſsi *C D*, à *D E*. (6.) Y por cantidad diſcreta ſe puede hazer, quadrando el ſegundo Termino; diziendo: 6. vezes 6. 36. Partolos por el 4. que es el primer Termino; y el cociente ſerà 9. y eſte ſerà el tercer Termino, ò Tercera Proporcional: Porque ſi tres Rectas ſon Proporcionales, el Rectangulo de las extremas es igual à el Quadrado de la media. (7.) Y aſsi ſe verà, que lo miſmo produze multiplicado el 9. por el 4. que multiplicado el 6. por sì miſmo, que ſon 36. y es ſu Quadrado. (8.) Lo qual es importantiſsimo para muchos Caſos: Pues por eſte medio ſe pueden hazer varias Progreſsiones, en continùa Proporcion; buſcando à cada dos de las vltimas, otra tercera; aſsi para degradar Figuras, y otros Cuerpos, proporcionalmente, como para acrezerlas, en diferentes Alturas, y Diſtancias.

Figura 13.

(6.) *Euclid.* 2. *y* 11. *Prop.* 6.

(7.) *Euclides* 17. *Propoſic.* 6.

(8.) *Euclides* 17. *Propoſic.* 6.

PROBLEMA DOZE:
Propoſicion Doze.

Hallar el Centro de qualquiera Figura Multilatera Regular.

SEA la Figura Regular el Hexagono *B C D E F G*. Dividaſe qualquiera de ſus lados, como *D E*, en dos partes iguales, en el Punto *K*; y con el Intervalo *E D*, deſde los Puntos *E*, y *D*, deſcribanſe los dos Arcos *D H, E H*; y por la comùn Seccion *H*, y el Punto *K*, tireſe la Linea *H A*, que ſerà Perpendicular à la *D E*: (1.) Y haziendo lo miſmo con el lado *F E*, tireſe por el Punto *L*, la *I A*. Digo: Que donde eſtas ſe cortaren, que es en el Punto *A*, allì ſerà el Centro. (2.) Y eſta miſma Conſtruccion ſer-

Figura 14.

(1.) *Euclid.* 10. *y* 11. *Prop.* 1.

(2.) *Euc. Cor.* 1. *P.* 3. *y* 25. *P.* 3.