demonstramos, lo que seria mucho mayor absurto, como avemos propuesto B.D. ser mayor que F.H. luego la vasis B.C. como no sea igual con la misma F.G. ni menor, será mayor que F.G. que es lo propuesto, y ya demostrado.

Theorema XXVII. Proposicion XXXVII.

Los triangulos constituidos sobre la misma vasis, y entre las mismas paralelas son entresi iguales.

ENtre las paralelas A.B.C.D. y sobre la vasis C.D. sean constituidos dos triangulos A.C.D.B.C.D. dizese ser constituido vn triangulo entre dos paralelas, quando la vasis es parte de vna, y el angulo opuesto toca à la otra. Digo, que estos triangulos seràn iguales por D. echese D.E. paralela à la recta A.C. y D.F. paralela à la recta B.C. por lo que seràn paralelogramos A.C.D.E. B.C.D.F. iguales, porque estàn sobre la misma vasis C.D. y entre las mismas paralelas, y los triangulos son el medio dellos à saber A.C.D.B.C.D. porque los diametros A.D.B.D. cortan en dos partes iguales los paralelogramos A.C. D.E.B.C.D.F. por lo que tambien los triangulos A.C.D.B.C.D. seràn iguales, luego los triangulos constituidos sobre la misma vasis, &c. que es lo que se avia de demonstrar, se demuestra en el num. 11.

ESCOLIO DE CLAVIO.

La conversa desta proposicion se demonstrarà por Euclides en la prop. 39. pero desta proposicion facilmente demonstraremos con Proclo, que los triangulos, de los quales los dos lados del vno son iguales à los dos lados del otro, vno à vno, y otro à otro, y el angulo del vno contenido de aquellos lados mayor que el angulo del otro, algunas vezes son menores, y otras vezes son desiguales, que es lo q̃ prometimos en la prop. 24. deste libro; porq̃ sean dos triangulos A.B.C.D.E.F. y los lados A.B.H.C. iguales à los lados D.F.D.F. y el angulo H. mayor q̃ el angulo E.D.F. sean primero estos dos angulos iguales à dos rectos; digo, que los triãgulos son iguales, produzgase E.D. hasta H. y E.D. hasta I. hagase el angulo E.D.G. igual al angulo A. y la recta D.G. igual à la recta D.F. ò A.C. echense las rectas E.G.G.F. y por quanto los dos angulos A. y E. D.F. se ponen iguales à dos rectos, y el angulo E.D.G. es hecho igual al angulo A. seràn los angulos E.D.G. E.D.F. iguales à dos rectos, y los angulos E.D.G. G.D.H. son iguales à dos rectos, por lo que los angulos E.D.G. E.D.F. seran iguales à los angulos E.D.G.G.D.H. por lo que quitando el angulo comun E.D.G. quedarà el angulo E.D.F. igual al angulo G.D.H. y el mismo angulo E.D.F. es igual al angulo H.D.I. por lo que los angulos G.D.H. H.D.I. seràn iguales, y por consiguiente el angulo G.D.H. serà mitad de todo el angulo G.D.I. demàs desto, porq̃ los lados D.F.D.G. son iguales en el triangulo D.F. G. seràn los angulos D.F.G. D.G.F. iguales, los quales como sean iguales al angulo externo G.D.I. serà qualquiera dellas à saber D.G.F. la mitad del angulo G.D.I. ya avemos demonstrado, q̃ el angulo G.D.H. tambiẽ es mitad del mismo angulo G.D.I. por lo qual los angulos G.D.H. D.G.F. seràn iguales, y porq̃ son alternos entre E.H.F.G. seràn E.H.F.G. paralelas, por la qual razon los triangulos D.E.G.D.E.F. seràn iguales como tienen la misma vasis, y estàn entre las mismas paralelas D E.F.G. y por quanto el triangulo D.E.G. es igual al triangulo A.B.C porque los lados D.E D.G. son iguales à los lados A.B.A.C. y el angulo A. igual al angulo E.D.G. serà el triangulo A.B.C. igual al triangulo D.E.F. que es lo propuesto, se demuestra en los num. 12. y 13.

Se-

Segundariamente, sean los angulos A. y E.D.F. mayores que dos rectos, digo, q̃ el triangulo A.B.C. que tiene mayor angulo, serà menor que el triangulo D.E.F. produzgase D.F. hasta H. y F.D. hasta I. hagase el angulo E.D.G. igual al angulo A. y la recta D.G. igual à la recta D.F. o à la recta A.C. echense las rectas E.G.G.F. y por quanto los angulos A. y E.D.F. se ponen mayores que dos rectos, seràn tambien los angulos E.D.G.E.D.F. mayores que dos rectos, y los angulos E.D.G.G.D.H. son iguales à dos rectos, por lo que los angulos E.D.G.E.D.F. son mayores que los angulos E.D.G.G.D.H. por la qual razon, quitado el angulo comun E.D.G. quedarà el angulo E.D.F. mayor que el angulo G.D.H. y por quanto el angulo E.D.F. es igual al angulo H.D.I. serà tambien H.D.I. mayor que G.D.H. y por esso G.D.H. menor que la mitad del angulo G.D.I. demas desto, porque los lados D.G. D.F. son iguales, seràn los angulos D.F.G. D.G.F. iguales, los quales como sean iguales al externo G.D.I. serà qualquiera dellos a saber D.G.F. la mitad del angulo G.D.I. avemos mostrado, que el angulo G.D.H. es menor que la mitad del mismo G.D.I. por la qual razõ D.G.F. serà mayor que G.D.H. cortese del angulo D.G.F. el angulo D.G.K. igual al angulo alterno G.D.H. luego serà G.K. paralela à la misma D.E. y cortarà G.K. la recta E.F. echese D. hasta K. adonde G.K. corta la recta E.F. la recta D.K. por lo que serà el triangulo D.E.G. igual al triãgulo D.E.K. y por quanto el triangulo D.G.E. es igual al triangulo A.B.C. por razon de que los lados D.E.D.G. son iguales à los lados A.B.A.C. y el angulo A. igual al angulo E.D.G. serà el triangulo A.B.C. igual al triangulo D.E.K. por lo que como D.E.K. sea menor que el triangulo D.E.F. serà tambien el triangulo A.B.C. menor que el triangulo D.E.F. que es lo propuesto, se demuestra en los num. 14. y 15. la letra E debaxo de la G. ha de ser F.

Terceramente, sean los angulos A. y E.D.F. menores q̃ dos rectos, digo, q̃ el triãgulo A.B.C. q̃ tiene mayor el angulo, es mayor q̃ el triangulo D.E.F. produzgase E.D. hasta H. y F.D. hasta I. hagase el angulo E.D.G. igual al angulo A. y la recta D.G. sea igual à la recta D.F. o à la recta A.C. echense las rectas E.G.G.F. y por quanto los angulos A. y E.D.F. se ponen menores que dos rectos, seràn tambien los angulos E.D.G.E.D.F. menores que dos rectos, y los angulos E.D.G.G.D.H. son iguales à dos rectos, por lo que E.D.G.E.D.F. son menores que E.D.G.G.D.H. y quitando el angulo comun E.D.G. quedarà E.D.F. menor G.D.H. y el angulo E.D.F. es igual al mismo angulo H.D.I. por la qual razon serà H.D.I. menor que G.D.H. y por esso G.D.H. es mayor que la mitad del angulo G.D.I. y por quanto D.G.F. es la mitad del mismo angulo G.D.I. como ya lo avemos demonstrado, serà G.D.H. mayor que D.G.F. hagase el angulo D.G.K. igual al angulo G.D.H. echada la recta G.K. la qual cortarà la recta E.F. que estendida hasta K. se le eche la recta D.K. luego serà como de primero G.K. paralela à la misma D.E. y el triangulo D.E.G. igual al triangulo D.E.K. y es otra vez D.E.G. igual al mismo triangulo A.B.C. por lo que A.B.C. serà igual al mismo D.E.K. por la qual razon, como D.E.K. sea mayor que D.E.F. serà A.B.C. mayor que D.E.F. que es lo que se avia de demonstrar: Y esta es la causa porque Euclides en la proposicion 24. coligio solamente la desigualdad de las vasis, y no la desigualdad de los triangulos, como alli avisamos, se demuestra en los numeros 16. y 17.

Problema XXVIII. Proposicion XXXVIII.

Los triangulos constituidos sobre vasis iguales, y entre las mismas paralelas son entre si iguales.

Entre las paralelas A.B C.F sobre iguales vasis C.E.D F. sean constituidos los triãgulos A.C.E.B.F.D. Digo, que los mismos seràn iguales, echese F.g.

paralela à la misma A.C. y D.H. à la misma B.F. seràn paralelogramos A.C.E. G.B.F.D H. iguales entresi, y como los triangulos A.C.E B.F.D. sean la mitad de los paralelogramos, seràn entresi iguales, luego los triangulos sobre iguales vasis, &c. que es lo que se avia de demonstrar. Lo converso deste Theorema se muestra Euclides en la proposicion quarenta, se demuestra en los numeros diez y ocho, y diez y nueve.

COROLARIO.

Colige desta proposicion, si de qualquiera angulo del triangulo dado, se echare vna linea recta, que divida el lado opuesto en dos partes iguales, tambien el triangulo serà dividido en dos partes iguales, porque echese en el triangulo A.B.C. del angulo A. la recta A.D. que divida en dos partes iguales al lado B.C. en el punto D. digo, que el triangulo A.B.C. tambien es cortado por la mitad, porque si por A. se echare vna paralela à la misma B.C. estaràn los dos triangulos A.B.D. A.D.C. entre las mismas paralelas, y sobre iguales vasis, por lo que seràn iguales, se demuestra en el num. 20.

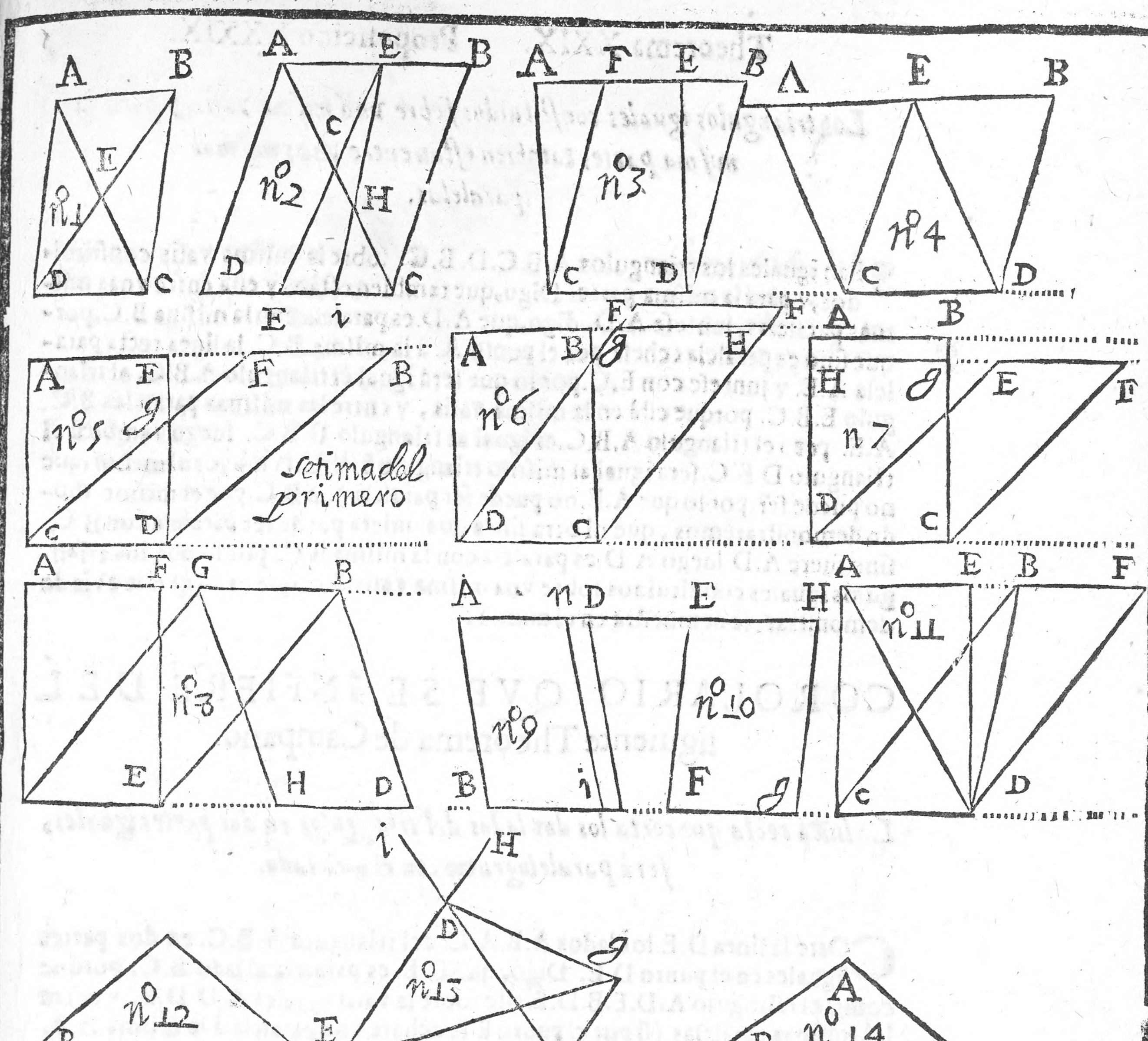
DE PELETARIO.

De qualquiera punto dado en vno de los lados del triangulo propuesto echar vna linea recta que corte en dos partes iguales el triangulo dado.

SEA el triangulo A.B.C. y el punto dado D. en el lado B.C. es necessario echar del punto D. vna linea recta, que corte el triãgulo en dos partes iguales, que si la linea recta que sale del punto D. dividiera el lado B.C. por medio fuera à parar en el punto A. fuera dividido el triangulo por medio, como se mostrò en el Corolario supra; porq̃ si D. no divide B.C. en dos partes iguales, cortese B.C. en dos partes iguales en el punto E. despues desto del punto D. hasta el angulo opuesto A. se eche la recta D.A. y por E. la paralela E.F. à la misma D.A. cortando A.C. en el punto F. por lo que si se echare la recta D.F. serà el triangulo dividido en dos partes iguales de la linea D.F. porque echada la recta E.A. seràn los triangulos E.F.A. E.F.D. iguales, como estàn sobre la misma vasis E.F. y entre las mismas paralelas E.F. A.D. añadiendo el angulo comun C.F.E. seràn todos los triangulos A.D.C. C.D.F. iguales del triangulo A.E.C. es mitad de todo triangulo A.B.C. como ya avemos mostrado por lo que C.D.F. es la mitad del mismo triangulo A.B.C. que se avia de probar, se demuestra en el numero veinte y vno.

Y quando el punto D. estuviere en la otra mitad E.C. del mismo modo formaremos el problema, pero entonces el triangulo se ha de cortar para la parte B. y el trapecio para la parte C. como lo muestra bastantemente la figura presente, la demonstracion es la misma, si en ella se muda la letra B. en C. y la C. en B. y con todo este problema, muy mas vniversal pondremos en el fin del libro sexto, se demuestra en el num. 22.

Theo-


nº1
nº2
nº3
nº4
nº5
Setima del primero
nº6
nº7
nº8
nº9
nº10
nº11
nº12
nº13
nº14
nº15
nº16
nº17
nº18
nº19
nº20
nº21
nº22

Theorema XXIX. Proposicion XXXIX.

Los triangulos iguales constituidos sobre vna misma vasis, y para la misma parte, tambien estàn entre vnas mismas paralelas.

SEan iguales los triangulos A.B.C.D.B.C. sobre la misma vasis constituidos, y para la misma parte. Digo, que tambien estàn, y està entre vnas mismas paralelas, juntese A.D. digo, que A.D. es paralela con la misma B.C. porque sino es paralela echese por el punto A. à la misma B.C. la linea recta paralela A.E. y juntese con E.C. por lo que serà igual el triangulo A.B.C. al triangulo E.B.C. porque està en la misma vasis, y entre las mismas paralelas B.C. A.E. pero el triangulo A.B.C. es igual al triangulo D.B.C. luego tambien el triangulo D.B.C. serà igual al mismo triangulo E.B.C. el mayor al menor, que no puede ser, por lo que A.E. no puede ser paralela con B.C. por el mismo modo demonstraremos, que ni otra linea qualquiera puede ser paralela con B C. sino fuere A.D. luego A.D. es paralela con la misma B.C. por lo que los triangulos iguales constituidos sobre vna misma vasis, &c. que es lo que se avia de demonstrar, se demuestra en el num. 1.

COROLARIO QVE SE INFIERE DEL siguiente Theorema de Campano.

La linea recta que corta los dos lados del triangulos en dos partes iguales, serà paralelogramo con el otro lado.

COrte la linea D.E. los lados A.B. A.C. del triangulo A.B.C. en dos partes iguales en el punto D.E. Digo, que D E. es paralela al lado B.C. porque como el triangulo A.D.E.B.D.E. este sobre la vasis iguales A.D D.B. y entre las mismas paralelas (si por el punto E. se echare vna paralela à la misma A.B. serà el triangulo B.D.E. igual al triangulo A.D.E. y por la misma razon serà el triangulo C.E.D. igual al mismo triangulo A.D.E. lo que tambien consta del Scolio de la proposicion precedente, porque la recta E D. corta el triangulo A.E.B. en dos partes iguales, que las vasis A.B A.C. son cortadas en partes iguales de la recta E.D. por la suposicion, por lo que los triangulos D.B.E. C.E.D. son iguales, porq̃ tienen la misma vasis D.E. y estàn en la misma parte constituidos, por la qual razon estaràn entre las mismas paralelas, y por esto D.E B.C. seràn paralelas, que es lo propuesto. Aquello que en el fin del segundo Scolio de la proposicion 34. prometimos, facilmente demonstraremos en esta siguiente proposicion, se demuestra en el segundo numero.

Todo el quadrilatero, que es diuidido en dos partes iguales de vno, y otro diametro, es paralelogramo.

Dividase el quadrilatero A.B.C.D. en dos partes iguales de vno, y otro diametro A.C. B.D. digo que el mismo es paralelogramo, porque como los triangulos A.D C. B.D.C. son la mitad del mismo quadrilatero A.B.C.D. serà ellos entresi iguales, por la qual razon como los mismos tienen la vasis D.C. y para las

las mismas partes estaràn ellas en las mismas paralelas, y por esto seràn A.B.D.C. paralelas, no de otro modo demonstraremos que son paralelas A.D.B.C. por lo que es paralelogramo A.B.C.D. que es lo propuesto, se demuesta en el num, 3. y le falta A.B. en la parte alta.

Theorema XXX. Proposicion XXXX.

Los triangulos iguales constituidos sobre iguales vasis, y para las mismas partes; estaràn entre vnas mismas paralelas.

SEan los dos triangulos iguales A.B.C.D.E.F. sobre vasis iguales B.C. E.F. (que se coloquen en la misma recta, y constituidos para las mismas partes) digo, que estas estan entre las mismas paralelas: esto es, que la linea recta echada desde A. hasta D. serà paralela con la recta B.F. porque sino lo es, caerà paralela con la misma B.F. echada por A. ò por la parte de arriba de A.D. ò por la parte de abaxo cayga primero por arriba, y se junte con la E.D. producida hasta G. y echese la recta G.F. y por quanto son paralelas A.G.B.F. serà el triangulo E.F.G. igual al triangulo A.B.C. y porque se pone el triangulo D.E.F. igual al triangulo A.B.C. por lo que serà el triangulo D.E.F igual al triangulo G.E.F. la parte al todo lo que es absurto, y quando la paralela echada por A. cayere por baxo de A.D. qual es A.H. echada la recta H.F. serà la misma argumentacion de los triangulos H.E.F.D.E.F. iguales la parte al todo, que es grande absurto, es luego A.D. paralela à la misma B.F. por lo qual los triangulos iguales constituidos sobre iguales vasis, &c. que es lo que se avia de demostrar, se demuestra el num. 4.

EL SIGVIENTE THEOREMA CON facilidad demonstraremos.

Si dos triangulos entre las mismas paralelas tuuieren las vasis desiguales, aquel que tuuiere la vasis mayor, serà mayor; y por el contrario, si dos triangulos fueren desiguales entre las mismas paralelas, lo de vasis mayor, serà mayor.

SEan los dos triangulos A.B.C.D E.F. constituidos entre las paralelas A.D.B.F. y sea la vasis B.C. mayor que la vasis E.F. digo, que del triangulo A.B.C. serà mayor que el triangulo D.E.F. cortada la recta C.G. igual à la misma E.F. y echada la recta A.G. seran los triàgulos A.G.C.D.E.F. sobre iguales vasis G.C.E.F. iguales, luego como el triangulo A.B.C. sea mayor que el triangulo A.G.C. serà el mismo triangulo A.B.C. mayor que el triangulo D.E.F.

Iten mas, sean los triangulos A.B.C.D.E F. desiguales, y sea A.B.C. mayor. Digo, que la vasis B.C. serà mayor que la vasis E.F. porq̃ si dixeren, que no son iguales, serà el triangulo A.B.C. igual al triangulo D.E.F. lo que es absurto, porque se supone ser mayor, y si dixere que es menor, serà el triàgulo D.E.F. mayor que el triàgulo A.B.C. que como es menor, serà mayor absurto, luego la recta B.C. es mayor que la recta E.F. como se tiene mostrado, que ni es

igual,

igual, ni menor, que es lo propuesto, se demuestra en el numero quinto.

Aquello que hasta agora demostramos de los paralelogramos, y triangulos, que se constituyen, entre las mismas paralelas; tambien podrà mas facilmente demostrar, de los trapecios descriptos entre las mismas paralelas, casi por el mismo modo, y orden.

Theorema Primero.

Los trapecios entre las mismas paralelas, y sobre la misma vasis, de los quales, las vasis opuestas son entresi iguales, seràn entresi iguales, y los trapecios iguales entre las mismas paralelas, y sobre la misma vasis tienen las vasis opuestas iguales.

Dizense estar los trapecios entre las mismas paralelas, quando los dos lados opuestos son paralelas, y son partes de las mismas paralelas, esto entendido, sean constituidas entre las paralelas A B.C. D. y sobre la misma vasis C. D. los dos trapecios A.C.D.E F.C.D.B. de los quales las vasis opuestas A. E. F. B. sean iguales; digo, que los trapecios entresi seràn iguales; porque echadas las rectas E.C.F.D. seràn assi. Los triangulos E.C.D. y F.C.D. sobre la misma vasis C.D. y entre las mismas paralelas entresi iguales, como los triangulos A.C.E.F.D.F. sobre iguales vasis A E.F.B. y entre las mismas paralelas, por lo que à los iguales E.C.D.F.C.D. le añadieren los iguales A.C.E.F.D.B. serà todo el trapecio A.C.D.E. igual à todo el trapecio F.C.D B.

Digo mas, que siendo los trapecios A.C.D E.F.C.D.B. entresi iguales, tambien las vasis opuestas A.E. F.*B.* seràn entresi iguales; porque seràn otra vez los triangulos E.C.D.F.C.D. iguales, por lo que si de los trapecios iguales se quitaren los triangulos iguales, seràn iguales los triangulos, que quedan A. C E.F.D.*B.* y porque estàn entre las mismas paralelas; avemos demonstrado, seràn las vasis A.E F *B.* entresi iguales, que es lo propuesto, se demuestra en el numero sexto, la B. junto à la A. ha de ser F.

Theorema Segundo.

Los trapecios entre las mismas paralelas, y sobre la misma vasis, de los quales las vasis opuestas son desiguales, ellas seràn desiguales, y mayor serà aquel, cuya vasis es mayor, y los trapecios desiguales, entre las mismas paralelas, y sobre la misma vasis, que tienen las vasis opuestas desiguales, serà mayor aquella del mayor trapecio.

COMO en la figura proxima precedente, si la vasis A.E. fuere mayor, que la vasis F.*B.* Digo, que el trapecio A.C.D.E. serà mayor que el trapecio F.C.D.*B.* porque seràn otra vez los triangulos E.C.D. F.C.D. iguales, y el triãgulo A.C.E. es mayor q̃ el triangulo F.D.*B* por el Theorema antes destos dos; luego todo el trapecio A.C.D.E. es mayor q̃ todo el trapecio F.C.D *B.*

Otra

Otra vez, si el trapecio A.C.D.E. fuere mayor que el trapecio F.C.D.B. digo, que la vasis A.E. serà mayor que las vasis F.B. porque seràn los triangulos E.C.D F.C.D. iguales; por la qual razon los demàs triangulos A.C.E. serà mayor que el triangulo F.D.B. por lo que como avemos mostrado arriba, la vasis A.E. serà mayor que la vasis F.B. que es lo propuesto.

Theorema Tercero.

Los trapecios, entre los mismos paralelos, y sobre iguales vasis, de los quales, las vasis opuestas sean desiguales; seràn desiguales, serà mayor aquel que tuviere la vasis mayor, y los trapecios desiguales, entre las mismas paralelas, y sobre iguales vasis tienen las vasis desiguales, y serà mayor aquella, cuyo trapecio serà mayor.

COMO en la figura presente, si la vasis A.F. fuere mayor que la vasis H.B. serà el trapecio A.C.E.F. mayor que el trapecio H.G.D.B. porque seràn los triangulos H.C.E.H.G.D. sobre iguales vasis C.E.G.D. iguales, y el triangulo A.C.F. es mayor que el triangulo B.D.H. como avemos demonstrado; porque la vasis A.F. se pone ser mayor que la vasis H.B. luego todo el trapecio A.C.E.F. serà mayor, que todo el trapecio H.G.D.B.

Iten mas, si el trapecio A.C.E.F. fuere mayor que el trapecio H.G.D.B. serà la vasis A.F. mayor que la vasis B.H. porque seràn otra vez los triangulos F.C.E.H.G.D. sobre iguales vasis C.E.G.D. iguales, de los quales quitados de los trapecios desiguales, el triangulo que queda A.C.F. serà mayor que el triangulo B.D.H. y por esta causa, como se mostrò supra la vasis A.F. serà mayor que la vasis H.B. que es lo propuesto en la segunda parte del Theorema; se demuestra en el numero siete.

Pareceme, que no se puede passar en silencio el Theorema que se sigue por la facilidad con que muestra, como se dividirà qualquiera linea recta, en quantas partes iguales quisieren. Lo que en el Scolio de la proposic. 10. deste libro prometimos mostrar en este lugar, y puesto que lo mismo se puede demostrar, y muy facilmente, por las proposiciones de las lineas, como en el libro sexto lo mostramos, con todo serà mas gustoso entender, que sin ningun trabajo se puede esto absolver, por las proposiciones hasta agora demonstradas, sin adjutorio de proporciones; el Theorema es la siguiente.

Theo-

Theorema.

Si en vn triangulo se echare vna linea recta paralela à vno de los lados, la recta que se echare del angulo opuesto que diuidiere vna de las dos lineas paralelas en dos partes iguales, tambien diuidirà la otra en las mismas partes iguales.

EN el triangulo A.B.C.equidiste D E. à la misma B C. y la recta A F. corte vna de las lineas B.C.D.E.en dos partes iguales: digo, que tambien la otra serà cortada en las mismas partes iguales. Primeramente sea diuidida B.C. en dos partes iguales, en el punto F.digo, que tambien D.E.serà diuidida en el pũtoG.en dos partes iguales, porque si D.G.G E.no son iguales, sea mayor D.G. echense las rectas F.D.F.E. por lo que seràn, como lo mostramos en el primero Theorema desta proposicion; assi el triangulo A.D.G. mayor que el triangulo A.E.G.como el triangulo F.D.G.al triangulo F.E G.luego todo el triangulo A.D.F.serà mayor que todo el triangulo A.E.F. à los quales si añadieren los triangulos D.B F.E.C.F.que por razon de las vasis iguales B.F.C.F. seràn iguales, harà todo el triangulo A.B.F. mayor que todo el triangulo A.C.F. y por esta causa serà mayor la vasis B.F. que la vasis B C. pero ellas se pusieron iguales lo que es absurto, luego cortada es la recta D E. en el punto G. en dos partes iguales, que es lo propuesto, se demuestra en el numero ocho.

Sea D.E.cortada en dos partes iguales en G. digo, que tambien B.C.es cortada en dos partes iguales en el punto F. porque sino lo es, diuidase B.C. en el punto H.en dos partes iguales, y echese la recta A.H.que corte D.E.en el punto I. y por quanto A.H. corta B.C.en dos partes iguales en H. cortarà la misma tambien à la misma D.E. en dos partes iguales en el punto I.como lo mostramos ha poco lo que es absurto, como la pusimos ser cortada en dos partes iguales en el punto G. porque seguiria que la parte fuesse mayor que el todo: porque si D.I.es igual à la misma I.E.como I E. sea mayor que G.E.serà tambien D I. mayor que G E. esto es mayor que D.G. que se pone igual à la misma G.E. luego diuidese B.C. en dos partes iguales en el punto F. que es lo que se avia de demostrar: esto demonstrado, vengamos à la diuision de vna linea recta en las partes iguales que quisieren, se demuestra en el num.9.

Dada vna linea recta finita cortala en qualesquiera partes iguales.

Sea la recta dada A B.cortada en cinco partes iguales por el extremo punto B.echada la recta B.C. de qualquiera manera, y tomado en B.C. vn punto qualquiera D. o por baxo de B.ò por arriba, echese por D.paralela à la misma A.B.la recta D.E. de la qual se cortarà cinco partes entresi iguales D.F.F.G. G.H. H.I. I.E. con esta condicion, que assistente el punto D.por baxo de B.la recta D E. compuesta de las cinco partes iguales, serà mayor que la dada A.B. pero serà menor quando el punto D. assista sobre B.para que la recta A.C.echada por el otro extremo A.y por el punto E pueda concurrir con la recta B.D. en algun punto, como en el punto C. del qual, si por los puntos F.G H.I. se echaechen lineas rectas, serà cortada la recta dada A.B. en cinco partes iguales B.K. K.K.L.L.C.C.n.n.A. y por quanto en el triangulo C.B.L. la recta D.g. es paralela à misma B.L. o en el angulo C.D.g. la recta B.L. es paralela à la misma D.g. serà cortada D.g. en dos partes iguales en el punto F. tābien serà cortada en dos partes iguales B.L. en el punto K. como lo demonstramos en el proximo theorema, y por la misma razon la recta K.M. en el punto L. serà cortada en dos partes iguales del mismo que F.H. es cortada en dos partes iguales en el punto g. luego tenemos tres partes B.K.K.L.L.M. cortadas entresi iguales, assi como las tres D.F.F.g.g.H. y assi de las demas, se demuestra en el num. 10. estas citaciones estàn duplicadas la E. ha de ser T. y junto la K. baxa falta la T.

De otra manera se puede hazer, del extremo A. de la linea A.B. cortada en cinco partes iguales, se constituya vn angulo rectelineo de qualquiera suerte q̄ sea A. y de la recta A.C. se corte cinco partes de qualquiera manera entresi iguales A.D.D.E.E.F.F.g. g.C. y echada la recta C.B. haganse à ella paralelas g.L.F.K.E.I.D.H. digo, que la recta A.B. està cortada en cinco partes iguales echadas por g. y F. a la misma A.B. las paralelas g.M.F.N. que tambien son entresi paralelas, iguales à las rectas B.L.L.K. del paralelogramo g.B.F.L. seràn assi los angulos F.g.N.g.C.M. externo, y interno en las paralelas g.L.C.B. como tambien los angulos C.g.M.g.F.M. externo, y interno en las paralelas g.M.F.N. iguales entresi, por lo que los dos angulos C.g. del triangulo C.g.M. seràn iguales a los dos angulos g.F. del triāgulo g.F.N. vno a vno, y otro a otro, y los lados à ellas adjancantes C.g.g.F. iguales, por la construccion seran tābien los lados g.M.F.N. iguales, que como se ha mostrado ser en iguales à las rectas B.L.L.K. serà tambien B.L.L.K. entresi iguales, y por la misma razon mostraremos ser en iguales K.L.L.I. y por consiguiente I.K.H.I. y A.I.A.H. por la qual razon la recta A.B. serà dividida en cinco partes iguales, que es lo propuesto, se demuestra en el num. 11.

De otra manera se puede dividir qualquiera linea en quantas partes iguales quisieren, preparise vn instrumento de divisiones de lineas en partes iguales, acomodado deste modo, echadas dos paralelas entresi distantes por grande espacio C.D.E.F. tomense en vna, y otra parte, muy al justo entresi iguales de qualquiera distancia que sean tantas en vna quarta en la otra, y los puntos que se respondieren se junten con lineas rectas, que seràn paralelas entresi como se juntan con los extremos de paralelas iguales, por lo que si por beneficio del compas la recta A.B. se dividiere en cinco partes iguales, y la passaren de qualquiera punto hasta el punto H. demodo, que incluya cinco espacios de los paralelos entre g. y H. serà dividida la linea echada g.H. de aquellas en cinco partes iguales con las quales partes si en la dada A.B. se tomaren aquellas partes iguales, serà tambien la misma recta A.B. dividida en las cinco partes iguales, que la recta g.H. està dividida en cinco partes iguales, se demuestra deste modo: echadas desde C. y N. las paralelas C.I.N.M. que tambien seràn entresi paralelas iguales à las mismas g.K.K.L. en los paralelogramos g.I.K.M. seràn assi los angulos C.N.I.N.o.M. externo, y interno en las paralelas N.K.o.L. como los angulos o.N.M.N.C.I. externo, y interno en las paralelas N.M.C.I. iguales entresi, por lo que como los dos angulos C.N. del triangulo C.N.I. sean iguales à los dos angulos o.N. del triangulo N.o.M. vno à vno, y otro à otro, y los lados à ellos adjacantes C.N.N.o. iguales por la construccion, seràn tambien los lados C.I.N.M. entresi iguales, los quales, como fue demonstrado ser en iguales à las rectas g.K.K.L. serà tambien g.K.K.L. entresi iguales, y por la misma razon todas las partes de la recta g.H. se mostrara ser en iguales, y por consiguiente la recta g.H. serà dividida en cinco partes iguales, se demuestra en el numero 12.

Esta practica se demonstrarà mas brevemente, haziendose deste modo, tomados cinco intervalos en la recta E.F. desde E. hasta P. y transfierese la cantidad de la linea A.B. por beneficio del compàs, desde P. à algun punto de la recta C.E. como en el punto q. y por esta razon serà la recta P.q. dividida en cinco partes iguales de las paralelas; por lo qual si las partes de la recta P.q. que el igual à la recta A.B. dada por la construccion; se transfiriessen en la recta dada A.B. serà tābiē dividida la recta A.B. en cinco partes iguales, q es lo propuesto.

Theorema XXXI. Proposicion XXXXI.

Si el paralelogramo con el triangulo tuuieren la misma vasis, y estuuieren entre las mismas paralelas el paralelogramo, serà al doble del triangulo.

Entre las paralelas A.B.C.D. y sobre la vasis C.D. se constituyan el paralelogramo A.C.D.E. y el triangulo B.C.D. digo, que el paralelogramo serà al doble del triangulo; porque echado el diametro A.D. en el paralelogramo, seràn los triangulos A.C.D.B.C.D. iguales, y el paralelogramo A.C.D.E. es duplo del triangulo A.C.D. y porque los triangulos A.C.D.A.D.E. son tambien entresi iguales, por lo que serà el paralelogramo A.C.D.E. al doble del triangulo B.C.D. por lo qual si el paralelogramo con el triangulo, &c. que es lo que se avia de demonstrar, se demuestra en el num. 13.

E S C O L I O.

A esto se sigue, que si el triangulo tuviere la vasis al doble, y estuviere entre las mismas paralelas con el paralelogramo que serà igual el triangulo al paralelogramo, porque si producieren la vasis C.D. hasta F. que serà D.F. igual à la misma D.C. y se echare la recta F.B. serà el triangulo B.C.F. doblado del triāgulo B.C.D. y porque los triangulos B.C.D.B.D.F son iguales, y el paralelogramo A.C.D.E. es doblado del triangulo B.C.D. por lo que seràn iguales el triangulo B.C.F. y el paralelogramo A.C.D.E. se demuestra en el numero 14.

De Prodo.

Si el triangulo, y el trapecio estuuieren en la misma vasis, entre las mismas paralelas, y la mayor linea paralela del trapecio sea la vasis del triangulo, serà el trapecio menos del doble del triangulo; y siendo menor la linea paralela del trapecio, la vasis del triangulo serà el trapecio mas del doble del triangulo.

Entre las lineas paralelas A.E.B.C. sean constituidos el trapecio A.B.C.D. y el triangulo E.B.C. sobre la misma vasis B.C. que sea mayor que la otra linea recta A.D. paralela del trapecio dado, digo, que el trapecio A.B.C.D. el menor del doble del triangulo E.B.C. porque como se pone A.D. menor que B.C. tomese A.F. igual à la misma B.C. y echese la recta C.F. la qual serà paralela à la misma A.B. por lo que serà paralelogramo A.B.C.F. lo qual es doblado del triangulo E.B.C. por la qual razon el trapecio A.B.C.D. como sea parte del paralelogramo, serà menos del doble del mismo triangulo E.B.C. que es lo propuesto, se demuestra en el num. 15.

De-

Demàs desto, sea en la segunda figura el trapecio, y el triangulo, como de primero, y la vasis B.C. sea menor que la otra paralela A.B. en el trapecio dado, digo, que el trapecio A.B.C.D. serà mayor que el doble del triangulo E.B.C. porque como A.D. sea mayor que B.C. cortese D.F. igual a la misma B.C. y echese la recta B.A. en la qual sera paralela a la misma C.D. y por esso serà paralelogramo B.C.D.F. que es doblado del triangulo E.B.C. por la qual razon todo el trapecio A.B.C.D. que supera al paralelogramo B.C.D.F. serà mayor que el doble del mismo triangulo E.B.C. que es lo propuesto, se demuestra en el numero diez y seis.

El trapecio que tiene dos lados opuestos paralelos es doblado del triangulo que tiene la vasis de vno de los lados del trapecio que junta las paralelas, y el verter en el punto medio del lado opuesto.

Sea el trapecio A.B.C.D. cuyos dos lados opuestos A.B.C.D. sean paralelos, y sobre la vasis B.C. se constituya el triangulo E.B.C. que tenga el verter E. en medio del lado A.B. digo que el trapecio A.B.C.D. serà el doblo del triangulo E.B.C. porque produzgase vno de los lados del triangulo para el verter, a saber B.E. hasta que se junte con C.D. traydo hasta F. y porque son paralelas A.B.C.F. seràn los angulos alternos B.A.E.F.D.E. iguales, y los angulos A.E.B.D.E.F. son iguales, que son advertes E. y el lado A.E. del triangulo A.B.E. igual al lado D.E. del triangulo D.E.F. por el hipotese, por lo que los demas lados A.B.B.E. seran iguales à los demas lados D.F.F.E. vno à vno, y otro à otro, y los demàs angulos A.B.E.D.F.E. iguales, y por cōsiguiente los triangulos A.B.E.D.E.F. por el Corolario de la prop. 26. deste libro seràn iguales, por la qual razon añadido el triangulo comun C.D.E. seràn los triangulos juntos A.B.E.C.D.E. iguales à todo el triangulo C.E.F. y el triangulo B.C.E. es igual al mismo triangulo C.E.F. porque la vasis B.E. se mostrò ser igual à la vasis E.F. y los mismos triangulos estàn entre las mismas partes, si por el punto C. se echare la paralela à la misma B.F. por lo q̄ el triangulo C.B.E. serà igual à los triangulos A.B.E.C.D.E. y por esso C.B.E. triangulo serà la mitad del trapecio A.B.C.D. que es lo propuesto, se demuestra en el num. 17.

Problema XI. Proposicion XXXXII.

Dado vn triangulo, constituir vn paralelogramo igual à èl con vn angulo igual à otro dado.

EL triangulo dado A.B.C. y el angulo rectelineo dado D. es necessario constituir vn paralelogramo igual al triangulo A.B.C. que tenga el angulo igual al angulo D. dividase vno de los lados del triangulo à saber B.C. en dos partes iguales en el pūto E. hagase el angulo C.E.F. igual al angulo D. para donde quisieres: esto es, que ò se haga el angulo para la parte C. o para àzia B, para la parte mas conveniente. Iten mas, echese por el punto A. la recta A.E. paralela à la misma B.C que corte E.F. en F. Iten mas, por C. ò por B. echese à la misma E.F. la paralela C.g. que enquentre con la recta A.F. producida en g. por lo que estarà constituido en el angulo C.E.F. que es igual al angulo rectelineo D. dado el paralelogramo C.E.F.g. el triangulo A.B.C. es doble del triangulo A.E.C. y tambien al doble del triangulo A.B.E. porque los triangu-