

PRINCIPALES OBJECIONES

QUE SE HAN HECHO

CONTRA EL SISTEMA DE PERFORACION

DEL

TÚNEL DE MONT-CÉNIS.

Como era natural que sucediese, tratándose de una obra tan importante, y en que tantos intereses se hallan comprometidos, las objeciones han sido numerosas, y, á decir verdad, algunas de ellas tan fundadas, que solo la esperiencia podrá desvanecerlas por completo.

Dividiremos todas ellas en varios grupos, á fin de proceder con orden en el análisis que intentamos hacer. Refierense dichas objeciones á alguno de los 6 puntos siguientes;

- 1.º Falta de agua ó de fuerza motriz.
- 2.º Sistema de compresion.
- 3.º Depósitos de aire comprimido.
- 4.º Conduccion del aire desde las calderas al fondo del túnel.
- 5.º Utilidad de los perforadores mecánicos, y tiempo que será preciso emplear en la perforacion.
- 6.º Ventilacion de la galería principal y de la galería de ataque.

Examinemos sucesivamente cada uno de estos puntos.

- 1.º *Objeciones fundadas en la falta de agua ó de fuerza*

motriz en Bardoneche. Ya al ocuparnos de este punto en la pág. 49, nos hicimos cargo de los diferentes datos que tenemos á la vista al redactar esta memoria, y que hasta cierto punto, segun allí decíamos, son contradictorios: vimos tambien, que á ser cierto lo que se nos dijo en Bardoneche, y tomando por base la cifra 86.000 metros cúbicos en 24 horas, la objecion carecia absolutamente de fuerza.

A mas de esto, hicimos notar en la pág. 48, que hay una altura de 16 metros que no se ha creido necesario aprovechar, y que sin embargo, en un caso extremo, puede utilizarse, con lo cual se aumentaria considerablemente la fuerza motriz. Mas sin embargo, algunos ingenieros creen, que ya que la cantidad de aire que se necesita para la ventilacion no sea mayor que la calculada, por lo menos deberá lanzarse con una gran velocidad, á fin de que, al salir á la galería, agite enérgicamente la masa de los gases que hayan resultado de la combustion, y se mezcle con ellos en pocas horas, en cuyo caso seria insuficiente la fuerza de los compresores hidráulicos, para conseguir tal resultado, y habria que acudir á otro sistema mas enérgico. Al ocuparnos de las objeciones referentes á la ventilacion de la galería, nos harémos cargo de la observacion anterior, que es en extremo importante, y que está enlazada con el punto capital, á nuestro modo de ver, de esta dificilísima empresa. De cualquier modo que sea, es claro que la objecion en sí, *fundada tan solo en la falta de agua ó de un motor hidráulico bastante enérgico*, no es decisiva, ni ataca por su base el sistema de perforacion; que una obra tan importante no ha de fracasar ciertamente por falta de fuerza motriz, pues aun dado caso que el motor hidráulico fuese insuficiente, se podrian, en este caso extremo, montar máquinas auxiliares de vapor, ó acudir á otro sistema análogo.

2.º *Objeciones relativas al sistema de compresion.* Han atacado el sistema y los aparatos de compresion, entre otros Ingenieros, Mr. Minotto y Mr. Caligny.

El primero de estos dos, si bien acepta la idea de utilizar la fuerza viva de columnas líquidas oscilantes para la compresion

del aire, creyendo preferible este sistema al empleo de bombas ú otros mecanismos análogos, y aunque reconoce que el coeficiente de efecto útil 0,60 es superior al de la mayor parte de los aparatos que pudieran emplearse, señala algunos defectos de los compresores inventados por los ingenieros piamonteses, y concluye este punto de su escrito, estableciendo que debe modificarse el aparato en cuestion, de tal suerte que en lo posible se aproxime al ariete hidráulico, suprimiendo por lo tanto las válvulas y los mecanismos que sirven para ponerlas en movimiento.

Al propio tiempo indica otro aparato, que cree preferible al de los ingenieros piamonteses, y del cual damos una idea en la nota 5.^a En apoyo de su opinion recuerda, que el coeficiente del efecto útil del ariete hidráulico es 0,66, y que aun puede elevarse á 0,86, y algunas veces á 0,92.

Mr. Caligny combate tambien el empleo del compresor hidráulico, fundándose, entre otras varias razones, en que se pierde una gran parte del trabajo motor de la columna líquida, dejando salir del aparato, al terminar cada una de las oscilaciones, toda la masa de agua que se ha elevado en la rama ascendente del sifon.

El compresor hidráulico, dice Mr. Caligny, se funda en un principio que yo he descubierto ha mucho tiempo; pero no se ha comprendido su importancia, ni su verdadero espíritu, y se ha aplicado de una manera defectuosa é irregular.

Todas estas objeciones no atacan seguramente la idea fundamental del sistema, ni aun la bondad de los aparatos de compresion, y por lo tanto poco dirémos sobre ellas.

Que es muy posible que trabajando, y aprovechando las lecciones de la esperiencia, se puedan mejorar dichos aparatos, y obtener por lo tanto un coeficiente de efecto útil superior á 0,50, es cosa evidente, y fuera de toda duda; mas hasta el día el mecanismo de los Ingenieros piamonteses es, segun de las esperiencias hechas se deduce, el mejor, ó uno de los mejores aparatos empleados en comprimir el aire, y mientras nuevos ensayos no pongan de manifiesto las ventajas de otros sis-

temas, es lógica, y por lo tanto racional, la adopción del compresor hidráulico. En cuanto á la observación de Mr. Caligny, si bien es forzoso reconocer que es fundada, también es cierto que la pérdida de trabajo motor, según las dimensiones del aparato, es bastante pequeña comparada con el total.

3.º *Objeciones relativas á los depósitos de aire comprimido.* Se quiso sostener por algunos, que no era posible acumular en calderas de hierro una gran masa de aire, á la elevada presión de 6 atmósferas, sin que resultaran pérdidas de consideración por las uniones de las planchas; mas la experiencia ha probado terminantemente lo contrario, según en la pág. 50 digimos, y por lo tanto nada agregaremos á lo que allí hemos espuesto sobre este punto.

4.º *Objeciones relativas á la conducción del aire desde las calderas al fondo del túnel.* Antes que las experiencias de que en otro lugar nos hemos hecho cargo, hubieran quitado una gran parte de su fuerza á esta objeción, se aseguraba por algunos Ingenieros que el aire comprimido llevado á tan largas distancias (2000, 5000 y 7000 metros) no conservaría sino una pequeñísima parte de su presión inicial, y que por lo tanto no podría utilizarse como motor, lo cual, á ser cierto, echaba por tierra el sistema de los Ingenieros piemonteses. Por fortuna, experiencias hechas en grande escala, con tubos de 400 metros de desarrollo, y en circunstancias desventajosísimas, han probado, según parece, que el aire llegará al fondo del túnel con presiones suficientes para el uso á que se destina.

Y sin embargo ¿no queda todavía alguna incertidumbre sobre este punto? ¿Son tan concluyentes los resultados de las experiencias mencionadas? Siempre que se trate de longitudes, por decirlo así, comparables á la de 400 metros, sin duda alguna; mas cuando en circunstancias tan especiales ha de verificarse el movimiento del gas por la cañería, algo sale este caso de lo ordinario, y siempre queda alguna duda en el ánimo, ya que no respecto á la posibilidad de llevar el aire con presiones utilizables, al ménos en cuanto á los resultados numéricos que fija la comisión.

5.º *Objeciones sobre la utilidad de los perforadores y sobre el tiempo que será preciso emplear para la perforacion.*

Muchas dudas se han presentado sobre la utilidad de los aparatos perforadores; pero, aun cuando algunas de ellas tengan bastante fundamento, bien puede asegurarse que las dificultades prácticas que se presenten, y de las cuales ya algunas se prevenen, podrán vencerse al fin.

Indicaremos desde luego varias de estas objeciones.

1.º Dudan algunos si el tiempo ganado por la celeridad con que se practican los agujeros, no estará compensado por la dificultad en remover el aparato, ajustarle á la roca etc. etc; pero esta objecion no merece siquiera un exámen detenido, pues es evidente que todas estas causas de retardo son relativamente insignificantes.

2.º Los barrenos, dice Mr. Minotto, no pueden hacerse todos paralelos al eje de la galeria, por que las presiones ejercidas por la esplosion de la pólvora actuarian paralelamente á la seccion transversal del túnel, y se destruirian unas con otras, sin producir ningun efecto útil, descargándose por lo tanto los barrenos como si fueran una bateria de fusiles. Es pues indispensable dar á los diferentes agujeros alguna inclinacion, y se duda si podrá conseguirse este resultado sin que unos perforadores tropiecen con otros, siendo imposible de este modo el establecimiento de los 17 perforadores sobre el carro anteriormente descrito.

La disposicion del carro, el ingenioso artificio en que se funda, sus dimensiones generales y las de los aparatos de perforacion, prueban clara y evidentemente que no existe tal dificultad; y por otra parte aun cuando en alguna ocasion fuera preciso reducir el número de los perforadores, aun así estos serian muy suficientes para la voladura de la roca.

3.º La tercera objecion se refiere al servicio de los perforadores, y al poco espacio que queda, á un lado y otro del carro, para el paso de los maquinistas.

El ancho de cada perforador es superior á 0,20 y por lo tanto los 10 perforadores de la parte inferior ocuparán cuando

ménos, y aun suponiendo que esten en contacto, una longitud de $0,20 \times 10 = 2^m$: ahora bien, como el ancho de la galeria es próximamente 2,5, solo quedará á cada lado del carro un espacio de 0,25 para el paso de los maquinistas, lo que hará en extremo difícil el servicio de los aparatos.

Debe observarse ante todo, que sin disminuir sensiblemente el efecto de los barrenos, podrian suprimirse en la parte inferior dos ó tres perforadores, con lo cual quedaria un ancho de 0,35; pero además de esto, como los 10 perforadores ocupan la base de la galeria, y el espacio superior queda libre, los maquinistas podrán pasar sin dificultad entre el carro y la roca.

4.^a Las barrenas $c c'$ figura 45 no pueden actuar á flor de tierra, sino á una altura por lo menos de $\frac{0,4}{2} = 0,20$, que es la altura de los perforadores, y por consiguiente el macizo de roca que se desprenda por la explosión de los barrenos será $c d e f$. De aquí resulta, que el plano $c d$ no estará á la altura ab del suelo de la galeria, y que quedará un escalon $c b d d'$ que será preciso desmontar antes de prolongar el carril central; lo cual segun observa Mr. Minotto contribuye notablemente á retardar la perforacion.

Sin embargo, este inconveniente desaparece inclinando algo los barrenos, segun indica la figura 46, en cuyo caso las aristas $a a' a''$ quedan en el plano general de la galeria; ó bien puede darse á los barrenos inferiores la disposicion que representa la figura 47. En este último caso, es fácil destacar los pequeños prismas $a' b' c'$, $a'' b'' c''$, y queda el plano inferior $b c''$ en prolongacion del suelo del túnel.

5.^a ¿No podria suceder que al estallar los barrenos, las rocas que salten descompongan ó rompan el carril? ¿No será preciso relocalar la roca, quitar algunos puntos salientes etc., antes de establecer de nuevo los perforadores?

Y todas estas dificultades y todos estos accidentes ¿no entorpecerán los trabajos y compensarán, en último resultado, el tiempo que se haya ganado por la rapidez con que los perforadores trabajen?

Difícil es contestar á todos estos puntos, mientras la experiencia no pruebe que carecen de importancia tales observaciones, ó por el contrario las confirme; y sin embargo, parece natural que no sea tanta su influencia como se ha querido suponer, y aun respecto á varios de estos inconvenientes se ve desde luego el medio de corregirlos.

6.º Para que el túnel avance tres metros por día, es forzoso que los perforadores trabajen cinco veces contra la roca, ó lo que es igual, que tengan lugar cinco voladuras, lo que supone que la duracion de cada uno de estos periodos es de cinco horas próximamente. Ahora bien, el volúmen de escombros que será preciso sacar despues de cada esplosion se eleva á unos cuatro metros cúbicos; pero trabajando al aire libre se calcula, dice Mr. Minotto, de 36 á 40 minutos para cargar un metro cúbico en un carro, y aun suponiendo, lo que sin embargo no puede suponerse, que se trabaje con tanta rapidez en una galeria estrecha (2,5 de ancho) como á cielo abierto, solo para cargar los cuatro metros cúbicos se tardará mucho mas de dos horas, y quizá mas de tres horas tambien. Agréguese á esto el tiempo necesario para sacar los escombros, y resultará que una gran parte de las cinco horas, que forman el tiempo total de un periodo de trabajo, se invierte tan solo en la carga y estraccion de los trozos de roca destacados por las esplosiones de los barrenos.

Aun cuando sea algo exagerado el dato en que se funda la objecion anterior, tiene esta indudablemente mucha fuerza, y es la mas digna, á nuestro juicio, de un exámen detenido entre todas las que anteriormente hemos indicado.

La carga y la extraccion de los escombros es en efecto una de las operaciones mas difíciles que se han de presentar en la apertura del túnel, y de las que exigirán mas cuidado y esmero en la organizacion de los trabajos.

7.º Dice Mr. Flachet que el trabajo del útil que marche mas lentamente será el que determine, por decirlo así, el tiempo necesario para abrir los agujeros de los barrenos, y dá á entender á la vez, que siempre que se rompa un útil habrá

que interrumpir el trabajo de los demas ; pero basta el examen del mecanismo que hemos descrito , para conocer que esta objecion carece completamente de fundamento.

En el subterráneo de Saint-Martin, continúa el mismo Ingeniero , se han necesitado hasta quince puntas de útil para cada barreno , y aun cuando solo se necesiten cinco ó seis en el de Mont-Cénis , esta será una nueva y poderosa causa de retraso. Sin embargo, la pérdida de tiempo, como acabamos de indicar, no será grande, gracias á la ingeniosa disposicion de los perforadores.

8.^a Finalmente , una vez terminada la perforacion de los barrenos , dice Mr. Flachat , principia una série de operaciones en las que las ventajas todas están de parte de los procedimientos ordinarios , y contra el empleo de los perforadores : dos hombres deben en efecto limpiar y cargar 51 barrenos, al paso que en el trabajo ordinario cada obrero limpia y carga uno solo. Hé aquí , pues, otra nueva causa de retraso.

La observacion de Mr. Flachat es exacta, si bien puede reducirse esta pérdida de tiempo organizando convenientemente el trabajo.

Hemos creido conveniente presentar una por una las diversas objeciones anteriores , no porque la m̄yor parte de ellas tengan gran fuerza, sino porque todas reunidas constituyen un conjunto de pequeñas causas , que , si no hacen imposible la apertura del túnel , como algunos suponen , aunque bajo este punto de vista, sin verdadero fundamento á nuestro juicio, por lo ménos prueban que son algo exagerados los cálculos de los ingenieros , y que no bastarán seguramente seis años para la perforacion de la galería.

Agréguense, en efecto , dos horas y media , cuando ménos, á las cinco horas calculadas para cada periodo de trabajo, y resultarán siete horas y media para un avance de 0,6, ó sean 2 metros en 24 horas por cada boca del túnel : de donde resulta que el tiempo necesario para la apertura del subterráneo será de nueve años próximamente, aun sin contar con otras dificultades , de que nos harémos cargo en breve.

Y es fácil convencerse de ello con solo recorrer la série de operaciones que en un periodo de trabajo será preciso efectuar.

- 1.° Ventilar la galería.
- 2.° Cargar y estraer los escombros.
- 3.° Destacar los prismas que indicamos en la fig. 45 ó 47, é igualar las paredes.
- 4.° Reparar las pequeñas descomposiciones de los carriles y prolongarlos en los 0,6 metros de avance.
- 5.° Igualar el fondo de la galería.
- 6.° Hacer avanzar los perforadores.
- 7.° Colocarlos en las posiciones y con las inclinaciones convenientes.
- 8.° Guiar el trabajo de los perforadores y reponer los útiles rotos ó gastados.
- 9.° Sacar el carro de los perforadores y el de las calderas de agua.
10. Limpiar, cargar y atacar los barrenos.
11. Salir los obreros.
12. Prender fuego á los barrenos.

Aun se presenta otro obstáculo para la perforacion de la galería de ataque, que indicaremos antes de terminar este punto. En efecto, al propio tiempo que la galería de ataque avanza, es preciso ensanchar su boca hasta las dimensiones definitivas del túnel, y como el desmonte se ha de efectuar por medio de barrenos, esta circunstancia dificultará y entorpecerá la perforacion de la galería central. Suponiendo que se practican los barrenos para el ensanche de la galería al propio tiempo que los del fondo de la misma, y que á la vez se les prende fuego, para que ambas marchen con la misma velocidad, será preciso que en cada periodo de cinco horas se estraiga un volúmen de roca equivalente á la seccion de ensanche multiplicada por 0,6, ó sean, suponiendo como término medio 60 metros cuadrados para la seccion trasversal del túnel,

$$(60 - 6,25) \times 0,6 = 32,25 \text{ metros cúbicos.}$$

Es, pues, indispensable cargar y estraer del túnel este volúmen, ademas de los cuatro metros cúbicos procedentes de la

galería de ataque, y si bien es cierto que el espacio es mas desahogado que en esta última, y que pueden por lo tanto colocarse mas trabajadores para la carga, y mas vehículos para el transporte que en la galería central, de todas maneras, la estraccion de esta masa considerable de roca, ha de entorpecer forzosamente el trabajo, y ha de ocupar mas tiempo que el calculado para dichas operaciones.

6.ª *Objeciones relativas á la ventilacion de las dos galerías.* Hé aquí á nuestro juicio, el punto capital de esta gran cuestion de arte, y del que depende por lo tanto esclusivamente, ó poco ménos, el buen ó mal éxito de la empresa. Posible es ventilar las galerías, puesto que, ya con los aparatos de compresión de aire, *ya agregando nuevos motores*, puede lanzarse al fondo del túnel el aire necesario para purificar los productos de la combustion de la pólvora, de suerte que se forme una atmósfera en que puedan penetrar los obreros sin peligro; mas esto no basta, es preciso que tal efecto se produzca *en un número determinado de horas*, á saber: *en hora y media ó dos horas* cuando mas (segun los cálculos de los ingenieros), para que cada periodo de trabajo solo dure 5 ó 6 y $\frac{1}{2}$ horas, y de este modo se avance, en cada 24 horas, tres metros, ó por lo ménos dos; y precisamente sobre este punto surgen dudas y se presentan dificultades que solo la esperiencia podrá resolver.

Calcula la comision: 1.º, que serán suficientes 0,8 kilogramos de pólvora por metro cúbico de desmonte: 2.º, que por cada kilogramo de pólvora basta lanzar á la galería 250 metros cúbicos de aire para purificar la atmósfera.

En esta hipótesis, véase la cantidad de aire que será preciso introducir en la galería.

Suponiendo una seccion de 40 metros cuadrados, (que es la cifra de que, segun parece, partió la comision) y un avance por dia de 3 metros, resulta en 24 horas un desmonte de $5 \times 40 = 120$ metros; y por lo tanto la cantidad de pólvora necesaria en 24 horas será $120 \times 0,8 = 96$ kilogramos.

Así pues, en un dia de trabajo se necesitará una masa de

:

aire igual á $96 \times 250 = 24.000$ metros cúbicos próximamente, que es la base de que partimos en la pág. 45, al contar 20.000 metros cúbicos para el ensanche de la galería y próximamente 4000 para la pequeña galería de ataque.

Mas aquí se presentan desde luego dos dificultades:

1.^a La cifra 0,^b8 por metro cúbico de desmonte parece baja á algunos Ingenieros entre los que se cuenta Mr. Flachat, que cita, en apoyo de su opinion, la perforacion del subterráneo de Saint-Martin, en el cual se ha gastado 1,^b5 por metro cúbico, es decir, el doble casi de lo que supone la comision.

Sin embargo, atendiendo á la naturaleza de las rocas que el túnel de Mont-Cenis ha de atravesar, creemos que es aceptable el dato de la comision, y que es por lo tanto infundada la objecion de Mr. Flachat.

2.^a La hipótesis de que se ha partido respecto á las dimensiones de la seccion trasversal del túnel, y segun la que se ha obtenido el resultado de 96 kilogramos de pólvora en 24 horas, es de todo punto inadmisibile, por que en un túnel de tal longitud no puede adoptarse racionalmente una seccion inferior á 70 metros cuadrados, y en este supuesto se duplicaria casi la cantidad de pólvora y la masa de aire necesario, resultando, segun el citado Ingeniero, insuficientes los compresores hidráulicos para la ventilacion de la galería.

3.^a Finalmente, como la purificacion de la atmósfera viciada por los gases de la pólvora *no se ha de verificar de una manera uniforme en el espacio de 24 horas*, sino, para cada período de trabajo, en hora y media ó dos horas, pues las cuatro restantes se necesitan para la apertura de los barrenos, carga de escombros, extraccion de los mismos etc. etc., es claro que debe hacerse un nuevo cálculo, —cálculo que no ha hecho la comision— teniendo en cuenta este nuevo é importantísimo elemento.

En cada periodo de trabajo de cinco horas se avanza próximamente 0,6, por lo tanto se desmonta:

En la hipótesis de una seccion de 40 metros— $40 \times 0,6 = 24$ metros cúbicos.

En la hipótesis de una sección de 70 metros— $70 \times 0,6 = 42$ metros cúbicos.

Y contando á razon de $0,^k8$ por metro cúbico, se empleará en la primera hipótesis $24 \times 0,8 = 19,2$ kilogramos y en la segunda $42 \times 0,8 = 33,6$ kilogramos de pólvora por cada período de cinco horas de trabajo.

Finalmente la cantidad de aire que ha de lanzarse á la galería será, en la primera hipótesis $20 \times 250 = 5000$ metros cúbicos:

En la segunda— $34 \times 250 = 8500$ metros cúbicos; pero es necesario que los compresores den esta masa de aire en dos horas á lo mas, puesto que las tres horas restantes, como hemos dicho, son indispensables para la estraccion de escombros, perforacion etc.

En la página 49, vimos que, segun los datos que se nos habian comunicado, los compresores hidráulicos podian condensar en $24,^k 116.000$ metros cúbicos de aire ó en dos horas $\frac{116.000}{12} = 9.666$ metros cúbicos, cantidad muy superior á la calculada anteriormente: así pues, bajo este punto de vista y á ser exactos, como creemos, los datos anteriores, el servicio de la ventilacion está asegurado.

Mas si estas primeras objeciones no parecen fundadas, no sucede lo mismo con la que ahora vamos á esponer, siquiera sea ligeramente.

La nube de humo y de gases deletereos que resultan de la explosion, dice Mr. Flachat, ocupará un espacio considerable de la galería de ataque, y una gran parte del túnel; pero los gases no se mezclan sino lentamente con el aire de la atmósfera, á ménos que se agiten con gran violencia ó que salgan con una gran velocidad, y por lo tanto no basta, como la comision supone, lanzar á las galerías el volúmen de aire calculado.

No se ha observado, continúa Mr. Flachat, que la combustion de 100 kilogramos de pólvora en una galería cerrada por uno de sus extremos, es un hecho completamente nuevo, y que exige especial estudio y nuevas esperiencias: se ha creido que

bastaba lanzar 250 metros cúbicos de aire por kilogramo de pólvora, para purificar en poco tiempo la atmósfera, y no es tan seguro que se obtenga este resultado, como segun parece se ha supuesto, á decir verdad, con sobrada ligereza.

Así, pues, segun Mr. Flachat, los gases de la esplosion, y el aire que lancen al túnel los compresores, tardarán muchas horas en mezclarse, y por lo tanto no podrán tener lugar en 24 horas las cinco voladuras, que son necesarias para que el túnel avance tres metros por dia.

Solo puede conseguirse la ventilacion del túnel, en concepto de dicho ingeniero, no ya mezclando aire á los gases deletereos de la pólvora, sino arrojando dichos gases del subterráneo. Supongamos que lanzando aire al fondo del túnel, ocupe dicha masa el espacio BDEF (fig. 48), y que el humo se reuna en el espacio rayado ABCD; será preciso, segun Mr. Flachat, que la masa de aire que lanzan los compresores detrás, por decirlo así, de los gases de la pólvora, arroje rápidamente dichos gases ABCD de la galería, como si formáran el émbolo de una máquina de vapor; y en esta nueva hipótesis, continúa el citado ingeniero, son insuficientes los aparatos de compresion para conseguir tal resultado.

Supongamos: 1.º, que los compresores dan 116.000 metros cúbicos de aire en 24 horas, ó sean 1,35 m. c. en un segundo; 2.º, que la seccion trasversal del túnel sea sucesivamente de 40 y 70 metros cuadrados; y calculemos la velocidad de la masa de gases en la galería en las dos hipótesis anteriores, 1.º para una longitud media de 3.000 metros; 2.º para la longitud estrema de 6.000 metros:

Podrémos con estos datos formar la siguiente tabla:

LONGITUD.	SECCION.	CANTIDAD de aire por segundo.	VELOCIDAD DE los gases en el túnel.	TIEMPO QUE LOS gases tardarán en salir del túnel.
3.000	40	1,35 ^{m. c.}	0,0338	24 horas.
3.000	70	1,35	0,0193	43 h.
6.000	40	1,35	0,0338	48 h.
6.000	70	1,35	0,0193	86 h.

La tabla anterior prueba, que si en efecto el aire no se mezcla con los gases de la pólvora, la ventilacion es imposible en el corto espacio de hora y media, ó dos horas; pero prueba tambien de una manera, á nuestro modo de ver terminante, que la hipótesis de Mr. Flachet es de todo punto inadmisibile.

Dos medios se presentan en efecto para la ventilacion :

1.º Segun los ingenieros piamonteses, mezclar aire puro á los gases que se desprendan de la pólvora.

2.º Arrojar mecánicamente dichos gases acumulando aire en el fondo del túnel.

De estos dos sistemas podrá ser insuficiente el primero, pero es á todas luces inaceptable el segundo.

A fin de que el túnel avance 3 metros por dia, es forzoso atacar cinco veces la roca en 24 horas, lo que supone cinco voladuras, y por lo tanto para que la ventilacion se verifique en una hora ó poco mas, es preciso lanzar al túnel, atendiendo á los datos de la tabla anterior, una masa de aire por segundo, cuarenta y tres veces mayor que la que dan los perforadores, cuando el túnel llegue á 3.000 metros, y ochenta y seis veces mayor cuando su longitud sea de 6.000 metros: veamos qué fuerza motriz seria indispensable para conseguir este resultado. Suponiendo, solo para fijar las ideas, que se emplean máquinas de vapor, y que su coeficiente de efecto útil sea el de los perforadores, su fuerza deberia ser igual á $48.000 \times 86 =$ próxi-

mamente 55.040 caballos de vapor, que, á 5.000 reales caballo de vapor, suponen un capital de 465 millones, solo para las máquinas, sin contar por lo tanto los edificios, el combustible, ni los demas gastos que son inherentes á este género de trabajo.

Mas aunque el sistema que indica Mr. Flachat no sea aceptable, esto no quita fuerza alguna á la objecion que presenta.

Que la velocidad del aire en la galería es sumamente pequeña, y que por lo tanto la agitacion que produzca en la atmósfera de gases deletereos será débil, es cosa clara y evidente.

Que el periodo de cinco horas depende muy principalmente de este dato, es decir, del tiempo que tarden en mezclarse el aire y los gases de la pólvora, es indudable; y por consiguiente hay todavía una incógnita en el problema, que puede dar ocasion á muchas complicaciones y á grandes dificultades. Para vencer estas, si realmente se presentan como es muy de temer, ocurren desde luego diferentes medios mas ó menos eficaces, pero que no nos detendremos á esponer, porque esto seria salirnos del plan general de esta memoria, cuyo único objeto es describir los medios de perforacion hasta hoy empleados.

Conste, sin embargo, que, á nuestro entender, esta es la clave del problema, y que vencida la dificultad de la ventilacion, ninguna otra será bastante á impedir la ejecucion de esta grande é importante empresa.

RESÚMEN Y CONCLUSIONES.

DEL rápido estudio que hemos hecho del túnel de Mont-Cénis, se desprenden varias consecuencias que pueden resumirse como sigue :

Primera. Las operaciones necesarias para la perforacion del túnel son las siguientes :

1.^a Practicar en el eje del túnel una galería de ataque y ensancharla á medida que penetre en la roca.

2.^a Emplear, para la apertura de dicha galería central, perforadores mecánicos puestos en movimiento por medio de aire comprimido, los cuales practiquen los barrenos en la décima ó duodécima parte del tiempo que exigirían los métodos ordinarios; y aplicar á la vez, para el ensanche de dicha galería, barrenos de mano, puestos en movimiento tambien por el aire comprimido.

3.^a Abiertos ya los agujeros de los barrenos, cargarlos y determinar su esplosion por la chispa eléctrica.

4.^a Purificar la atmósfera lanzando á ella una gran masa de aire.

5.^a Acumular, fuera de la galería, por medio de los compresores hidráulicos, grandes cantidades de aire á la presion de seis atmósferas, y llevar esta masa de aire por medio de tubos al fondo del subterráneo, á fin de utilizarla como fuerza motriz en los perforadores, y para la ventilacion del túnel.

Segunda. Los compresores hidráulicos pueden lanzar en 24 horas próximamente 116.000 metros cúbicos de aire.

Tercera. El tiempo calculado para las operaciones de perforacion de los barrenos, carga de los mismos, voladura, ventilacion, y estraccion de escombros, es de cinco á siete horas y media, y en cada série de estas operaciones se supone que el avance será 0,^m6, lo cual da para el adelanto diario del subterráneo de dos á tres metros, y para el tiempo que se empleará en la apertura del túnel de seis á nueve años.

Cuarta. El sistema adoptado para la compresion del aire, es sin duda alguna ventajosísimo, á ser ciertas las noticias que se nos dieron, y el coeficiente de efecto útil, 0,6, de los compresores hidráulicos, prueba la bondad intrínseca de estos aparatos.

Quinta. Las experiencias citadas en la pag. 53, demuestran que podrá llevarse el aire comprimido hasta el fondo del túnel con presiones utilizables aun para el trabajo que ha de ejecutar.

Sexta. Los perforadores y los carros en que van apoyados son aparatos sencillos é ingeniosos en su construccion: la accion de dichos perforadores sobre la roca es enérgica y rápida, y reduce á $\frac{1}{12}$ ó $\frac{1}{14}$ el tiempo necesario para practicar los barrenos.

Creemos por lo tanto que podrán aplicarse con gran ventaja en todos aquellos casos en que el terreno sea de roca y haya de atacarse por la pólvora; pero es claro que tales aparatos única y esclusivamente tienen aplicacion para esta clase de terrenos.

Sétima. Concretándonos al túnel de Mont-Cénis, el empleo de los perforadores es sin duda alguna ventajoso; pero no reducirá el tiempo necesario para la apertura del túnel á la décima ó duodécima parte del que los métodos ordinarios exigirían, como á primera vista pudiera creerse, porque hay dos operaciones importantísimas que no pueden abreviarse, á saber; 1.^a, la carga y estraccion de escombros: 2.^a, la ventilacion.

Este último punto ofrece, aun hoy mismo, algunas dudas, é infunde serios temores, pues no hay datos seguros para calcular cuanto tiempo tardarán en mezclarse los gases que resul-

ten de la esplosion de la pólvora y el aire que se lance á la galería, ni si será preciso activar artificialmente esta mezcla por medio de aparatos especiales.

Octava. Finalmente, si esta gran obra llega felizmente á su término, se habrá dado un gran paso en la apertura de túneles de gran longitud que atraviesen masas de roca, y creemos por consiguiente, que el uso de los perforadores mecánicos llegará á generalizarse, y proporcionará grandes ventajas, sobre todo en punto á rapidez. Mas por otra parte, puesto que la perforacion se activa, y que en un corto espacio de tiempo se vuelan un número considerable de barrenos, será forzoso acudir á medios enérgicos de ventilacion, y será mas difícil estraer los escombros que resulten. Todo esto complicará seguramente la construccion de la obra; pero tal inconveniente es consecuencia lógica y natural de la ventaja obtenida por la rapidez en la perforacion, y no hay modo de evitarlo.

Por otra parte, es claro que siempre que puedan practicarse gran número de pozos, y por lo tanto sea posible multiplicar los puntos de ataque, los perforadores perderán una gran parte de sus ventajas: no solo porque seria inútil ya activar la perforacion, cuando sobra tiempo para terminar la obra, sino porque cada perforador supone una fuerza motriz, — ya sea esta vapor de agua ó aire comprimido, y por lo tanto una máquina ó aparato que prepare y transmita dicha fuerza motriz, — y al propio tiempo un sistema enérgico y rápido de ventilacion, todo lo cual ocasiona gastos considerables.

Las consideraciones que preceden reducen á sus justos límites el empleo de los mecanismos de Mont-Cenis, y hacen ver cual es su verdadero valor, y cuales los casos en que pueden tener natural y lógica aplicacion.

Para túneles de gran longitud y que han de abrirse en su totalidad, ó poco menos, en roca; que no puedan ser atacados por medio de pozos; y en cuya apertura por lo tanto haya de tardarse mucho mas tiempo que en la construccion de la línea, ó seccion de línea férrea á que pertenezcan, el empleo de los perforadores mecánicos (si se consiguen vencer las dificultades

prácticas que en esta memoria hemos procurado explicar) está indicado, y es natural y ventajoso: por su medio podrán abrirse dos metros de túnel por ambas bocas en 24 horas, y quizá con las mejoras que en dichos aparatos se introduzcan, venciendo la dificultad de la ventilacion, y organizando convenientemente los trabajos de carga y extraccion de escombros, podrán abrirse 2, 2,5 ó 3 metros en 24 horas, lo cual da para avance diario 4, 5, ó 6 metros. Pero siempre el establecimiento de los perforadores deberá combinarse con sistemas perfectos y enérgicos de ventilacion.

Por el contrario, para túneles pequeños, ó en que puedan multiplicarse los puntos de ataque, y en una palabra, siempre que su construccion no retrase considerablemente la apertura de la línea, por no exigir mas tiempo que el necesario para la terminacion de esta ó de la seccion en que se hallen, y finalmente cuando no sea preciso acudir á la pólvora, los perforadores mecánicos no tienen aplicacion de ningun género. José Echegaray.—Manuel Pardo.—Luis Vasconi.

NOTAS.

Primera.—Teoría del compresor hidráulico.

EL cálculo del movimiento del compresor hidráulico comprende los elementos siguientes:

- 1.º Velocidad de la columna líquida en un instante cualquiera.
- 2.º Tiempo trascurrido entre el instante inicial y una posición cualquiera de la columna líquida.
- 3.º Tiempo necesario para reducir el aire de la rama ascendente á seis atmósferas.
- 4.º Tiempo de la escursion ascendente.
- 5.º Tiempo de la escursion descendente.
- 6.º Tiempo total de un periodo de trabajo.
- 7.º Volúmen de aire comprimido en un periodo de trabajo.
- 8.º Volúmen de aire comprimido en una hora.
- 9.º Volúmen de agua gastado en un periodo de trabajo.
10. Volúmen de agua necesario para comprimir seis decímetros de aire, á la presión atmosférica, hasta reducirlos á un decímetro cúbico.

La determinación de todos estos elementos depende única y exclusivamente de la ecuación general del movimiento del agua en el sifón, y por lo tanto trataremos ante todo de resolver este problema.

Estableceremos á este fin las siguientes notaciones.

H, altura del depósito superior C, (figura 49) sobre la válvula de salida A.

h, altura de la válvula de la caldera E sobre dicha válvula A.

x, espacio recorrido en la rama ascendente A E por la superficie de la columna líquida, contada dicha distancia desde la válvula A como origen.

L, longitud del tubo C B A.

ρ , peso del metro cúbico de agua.

A, altura de una columna de agua equivalente á la presión atmosférica.

R, radio del tubo C B A.

v, velocidad de la columna líquida.

t, tiempo empleado por dicha columna líquida en recorrer el espacio x.

Despreciaremos, para el cálculo del movimiento del agua en el sifon, las resistencias pasivas debidas á los codos, válvulas, inercia del aire etc. etc.

La máquina actúa del modo siguiente en la primera semi-oscilacion ascendente.

Al abrirse la válvula de admision, la columna líquida sube por la rama A E comprimiendo el aire contenido en el tubo. Cuando la presión del aire encerrado en dicha rama es superior á seis atmósferas, la válvula E se abre y el aire penetra en la caldera S. Por último, el aire comprimido del depósito S, cuya presión excede á seis atmósferas, en razón á la nueva cantidad de aire inyectado, reobra sobre el agua de la parte inferior, y hace subir por el tubo s un volumen de agua dependiente de la cantidad de aire que ha penetrado en el depósito. En la semi-oscilacion descendente el agua contenida en la rama AE sale por la válvula ó llave de desagüe A, y al propio tiempo se cierra la válvula E de la caldera, y se abre la válvula de admision de aire a.

Consideraremos tres periodos en el movimiento:

1.º Desde el instante inicial hasta aquel en que el aire del tubo AE llega á la presión de seis atmósferas. Durante dicho pe-

riodo la válvula E está cerrada, y actúan las fuerzas siguientes sobre las masas en movimiento:

1.° La presión de la columna líquida CBM sobre la superficie M.

Dicha presión constituye la fuerza motriz del sistema, y su intensidad va decreciendo á medida que la superficie M se eleva en la rama AE.

2.° La presión del aire contenido en la columna ME.

3.° Los rozamientos de la columna líquida con el tubo.

Estas dos últimas fuerzas constituyen las resistencias del sistema.

Para establecer la ecuación del movimiento, partiremos del principio de las fuerzas vivas, á saber: «en un periodo cualquiera, la mitad del incremento de la fuerza viva de las masas es igual al trabajo de las fuerzas que actúan sobre el sistema.»

La masa líquida en movimiento en un instante cualquiera es la correspondiente á la columna CBM: su volumen será:

$$\pi R^2 (L+x);$$

y dicha masa será por lo tanto $\frac{\rho \pi R^2 (L+x)}{g}$.

Puesto que la velocidad inicial de esta masa era *cero*, y *v* la velocidad en el instante que consideramos, la mitad del incremento de la fuerza viva correspondiente á este periodo será

$$\frac{1}{2} \rho \pi R^2 (L+x) \frac{v^2}{g} \quad (1).$$

Calculemos ahora el trabajo motor del agua y el trabajo resistente del aire y de los rozamientos.

Para calcular el trabajo motor producido por la columna líquida *ab*..... *pn* (fig. 50) al pasar de esta posición á la *ab*..... *nm*, descompondremos dicha columna en elementos *ab*, *bc*, *cd* infinitamente pequeños, y calcularemos el trabajo elemental correspondiente al espacio *mn*.

Sean ω y *l* la sección y la altura de uno de estos elementos, y supongamos que el elemento *ab* pasa á la posición *bc*, este á la *cd* y así sucesivamente, hasta que por último el elemento *np* sube á la posición *mn*.

El trabajo elemental de cada una de estas masas será :

$$\rho \omega l \times l = \rho \omega l^2.$$

Mas observemos que el trabajo de todos los elementos de la rama ah' es esencialmente positivo, al paso que el de todos los elementos de la rama nn' es negativo, y por lo tanto el trabajo correspondiente á los elementos de la columna hh' estará compensado por el de los elementos correspondientes á la rama nn' , y solo quedará como trabajo motor final el que desarrollen los elementos de la columna $ah = H$. Suponiendo que el número de elementos contenidos en dicha columna es n , el trabajo motor será :

$$n \times \rho \omega l^2 = \rho \omega . l . n . l = \rho \omega H . l.$$

Si prescindimos del factor constante $\rho \omega$, el trabajo elemental $H . l$ estará espresado geoméricamente por el área del rectángulo EDD' , cuyas dimensiones son $DE = l$ y $DD' = H$. Del mismo modo probaríamos que en el instante siguiente el trabajo motor elemental estaria representado por el rectángulo FEE' cuyas dimensiones son $EF = l$; $EE' = H'$, y así sucesivamente.

Si suponemos que la distancia l , tiende hacia *cero*, la suma de los rectángulos EDD' ; FEE' ; $GF F'$ será el área del trapecio $DD' MM'$, cuya base DD' será igual á H , cuya altura MD será igual á la escursion de la columna líquida, y en que la recta $M' D'$ pasará por el punto O .

El valor numérico del trabajo motor será igual al producto del área del mencionado trapecio por el factor constante $\rho \omega$, y tendremos por lo tanto la espresion

$$\rho \omega \times M D \times \frac{M M' + D D'}{2} = \rho \omega x \cdot \frac{H + H - x}{2} = \rho \omega \left(H - \frac{x}{2} \right) x.$$

Al trabajo motor de la columna líquida, debemos agregar el trabajo de la presion atmosférica, para obtener de este modo el trabajo motor total.

Dicho trabajo debido á la presion atmosférica será igual á $\rho \omega A x$, y por lo tanto tendremos finalmente:

$$\text{Trabajo motor total} = \rho \omega x \left(H + A - \frac{x}{2} \right) = \rho \pi R^2 x \left(H + A - \frac{x}{2} \right) (2).$$

Calculemos (figura 49) el trabajo resistente del aire á lo largo del camino x .

El aire encerrado en la rama A E ocupaba en el instante inicial el volúmen $\pi R^2 h$ á la presión de una atmósfera, y al llegar la superficie líquida A á la posición M, su volúmen ha quedado reducido á $\pi R^2 (h-x)$, por lo tanto el trabajo resistente estará dado en valor numérico y en signo por la expresión (página 54),

$$\rho \pi R^2 h A \log. \frac{h-x}{h} \quad (3).$$

Finalmente el trabajo resistente de los rozamientos de la columna C B A, de la cual todos los puntos han recorrido el espacio dx , se obtendrá integrando el trabajo elemental

$$2 \pi R (L+x) \beta \frac{v^2}{g} dx,$$

siendo β un coeficiente numérico determinado por la experiencia, y en que hemos despreciado el término del rozamiento relativo á la primera potencia de la velocidad.

Integrando, pues, entre 0 y x resultará:

$$4 \pi R \frac{\beta}{2g} \int_0^x (L+x) v^2 dx. \quad (4)$$

Aplicando al movimiento de la columna líquida el principio de las fuerzas vivas, y sustituyendo por la fuerza viva del sistema y por los trabajos de las fuerzas exteriores sus valores (1) (2) (3) (4), tendremos por último:

$$\frac{1}{2} \rho \pi R^2 (L+x) \frac{v^2}{g} = \rho \pi R^2 x \left(H+A - \frac{x}{2} \right) +$$

$$\rho \pi R^2 h A \log. \frac{h-x}{h} - 4 \pi R \beta \int_0^x (L+x) \frac{v^2}{2g} dx.$$

ó simplificado:

$$(L+x) \frac{v^2}{2g} = x \left(H+A - \frac{x}{2} \right) + h A \log. \frac{h-x}{h} -$$

$$\frac{4 \beta}{\rho R} \int_0^x (L+x) \frac{v^2}{2g} dx.$$

Esta ecuacion nos dá el valor de la velocidad v en funcion del espacio x ; pero como el término relativo al rozamiento contiene la integral $\int_0^x (L+x) \frac{v^2}{2g} dx$, es preciso para despejar v , diferenciar antes dicha ecuacion.

Haciendo $H+A=H'$; $\frac{4\beta}{R\rho}=B$; y $(L+x) \frac{v^2}{2g} = y$, tendrédmos,

$$y = x \left(H' - \frac{x}{2} \right) + h A \log. \frac{h-x}{h} - B \int_0^x y dx,$$

y diferenciando $\frac{dy}{dx} + B y = H' - x - \frac{hA}{h-x}$.

Integrando la ecuacion precedente resultará,

$$y = (L+x) \frac{v^2}{2g} = e^{-Bx} \left(C + \int e^{Bx} \left(H' - x - \frac{hA}{h-x} \right) dx \right);$$

se determinará la constante C por la condicion $v=0$ para $x=0$.

Si prescindimos del rozamiento, tendrédmos $B=0$, y el valor de v se obtendrá por la ecuacion,

$$v = \sqrt{2g} \sqrt{\frac{x \left(H' - \frac{x}{2} \right) + h A \log. \frac{h-x}{h}}{L+x} + h A \frac{\log. \frac{h-x}{h}}{L+x}}.$$

Si por el contrario queremos tener en cuenta el rozamiento deberédmos efectuar la integral $\int e^{Bx} \left(H' - x - \frac{hA}{h-x} \right) dx$ que se descompondrá en otras tres.

La primera $H' \int e^{Bx} dx$, se obtendrá directamente y será

$$\text{igual á } H' \frac{e^{Bx}}{B}.$$

La segunda $-\int e^{Bx} x dx$ se integrará por partes, y tendrédmos,

$$-\int e^{Bx} x dx = -x \frac{e^{Bx}}{B} + \frac{e^{Bx}}{B^2} = \frac{e^{Bx}}{B} \left(\frac{1}{B} - x \right).$$

Finalmente, para integrar la expresion $h \Lambda \int \frac{B x}{e^{\frac{B x}{h-x}}} d x$

desarrollará la esponencial $e^{\frac{B x}{h-x}}$, y observando que el coeficiente $B = \frac{4 \beta}{R \rho}$, —suponiendo $\beta = 0,585$, $R = 0,1$, y $\rho = 1.000^k$,— es próximamente igual á $0,0144$, podremos tomar los primeros términos del desarrollo $1 + \frac{B x}{1} + \frac{B^2 x^2}{1.2} \dots$ de dicha esponencial. En efecto, aún en el caso estremo de ser el rádio R igual á $0,1$, el término $\frac{B^2 x^2}{1.2.3}$ será igual á

$$\frac{0,0144^2 x}{1.2.3}$$

cantidad inferior á $0,000003 x^2$.

Sustituyendo los valores de las tres integrales anteriores en el valor de v , y representando por $\varphi(x)$ el segundo miembro, que será bastante complicado, tendrémos finalmente: $v = \varphi(x)$, (a).

Poniendo por v su valor $\frac{d x}{d t}$ y despejando $d t$, resultará

$$d t = \frac{d x}{\varphi(x)}, \text{ é integrando, } t = \int_0^x \frac{d \varphi}{\varphi(x)} \quad (b).$$

Las dos expresiones (a) y (b), que pueden calcularse aproximadamente, resuelven todos los problemas relativos al movimiento de la columna líquida y al compresor hidráulico, en el primer periodo.

Si prescindimos del rozamiento, las ecuaciones (a) y (b) se convierten en estas dos mas sencillas:

$$v = \sqrt{\frac{2 g}{L+x}} \sqrt{x \left(H' - \frac{x}{2} \right) + h \Lambda \log. \frac{h-x}{h}}; \quad (a')$$

$$t = \int_0^x \frac{\sqrt{L+x} d x}{\sqrt{2 g} \sqrt{x \left(H' - \frac{x}{2} \right) + h \Lambda \log. \frac{h-x}{h}}}. \quad (b')$$

Para calcular esta última integral bastará dividir el intervalo h en elementos muy pequeños, y aplicar cualquiera de las

:

fórmulas de integración por cuadraturas; de este modo se podrá fácilmente formar una tabla que dé para diversos valores de x , variando de 5 en 5 centímetros, por ejemplo, los valores correspondientes de t .

Creemos inútil aplicar numéricamente las fórmulas anteriores, pues ninguna dificultad ofrece dicho cálculo, y por otra parte, como ignoramos los valores exactos de los elementos h , H , R , etc., de los compresores hidráulicos de Mont-Cénis, dicha aplicación no podría referirse á estos últimos aparatos, y perdería el interés que quizá de otro modo pudiera tener.

Si queremos conocer la velocidad de la columna líquida al terminar el primer periodo, es decir, en el instante en que se abre la válvula de admisión de aire en la caldera, y el tiempo de dicho periodo, bastará sustituir en el valor de v , $x = \frac{5}{6}h$, y tomar para límites de la integral que dá el valor de t , los valores $x=0$ y $x = \frac{5}{6}h$. Llamando v_0 y t_0 la velocidad y el tiempo correspondiente á este primer periodo, tendremos para el caso en que se prescinda del rozamiento:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2g}{L + \frac{5}{6}h}} \sqrt{\frac{5}{6}h(H' - \frac{5}{12}h) + hA \log. \frac{4}{6}(a'')} \quad (a'')$$

$$t_0 = \int_0^{\frac{5}{6}h} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2g}{L+x}}} \sqrt{\frac{dx}{x(H' - \frac{x}{2}) + hA \log. \frac{h-x}{h}}} \quad (b'')$$

2.º periodo. Desde el momento en que la válvula de admisión de aire comprimido se abre, la columna líquida ascendente lanza al aire comprimido al depósito S, y comienza el segundo periodo del movimiento.

El efecto producido por dicha columna líquida C, como indicamos en la página 41, se descompondrá en dos partes: 1.º, comprimirá toda la masa gaseosa comprendida en el tubo y en la caldera hasta elevar su tensión de seis atmósferas á una tensión algo superior á esta: 2.º, dicha masa gaseosa reobrará

sobre el agua del depósito S, y desalojará cierto volúmen que por el tubo s subirá al depósito F.

A fin de simplificar los cálculos, admitirémos que este último efecto solo tiene lugar al terminar la compresion, y que por lo tanto puede suponerse completamente cerrado el depósito S. Si bien esto equivale á suponer mayores de lo que realmente son las fuerzas resistentes, como el tiempo de la oscilacion es muy corto, el error no podrá ser considerable.

La fuerza motriz será la correspondiente á la columna líquida en movimiento.

Las fuerzas resistentes que apreciarémos serán; la tension del aire y los rozamientos.

La velocidad inicial de la columna líquida, segun se deduce de las fórmulas (a) ó (a''), tendrá por valor v_0 .

Apliquemos á este caso como al periodo precedente el principio de las fuerzas vivas.

La masa de la columna líquida en el instante inicial será:

$$\frac{\rho \pi R^2}{g} \left(L + \frac{5}{6} h \right)$$

y su fuerza viva:

$$\rho \pi R^2 \left(L + \frac{5}{6} h \right) \frac{v_0^2}{g}.$$

La masa en movimiento en un instante cualquiera será igual á:

$$\frac{\rho \pi R^2}{g} (L + x)$$

y su fuerza viva

$$\rho \pi R^2 (L + x) \frac{v^2}{g}.$$

Así, pues, la mitad del incremento de la fuerza viva entre el instante en que principia el segundo periodo, y un instante cualquiera, tendrá la siguiente espresion;

$$\rho \pi R^2 \left((L + x) \frac{v^2}{2g} - \left(L + \frac{5}{6} h \right) \frac{v_0^2}{2g} \right). \quad (5)$$

El trabajo motor de la columna líquida durante este mismo intervalo de tiempo estará representado por el producto del fac-

tor constante $\rho \pi R^2$ por el área de un trapecio cuya altura será $(x - \frac{5}{6}h)$, y cuyas bases paralelas serán respectivamente iguales á $(H - \frac{5}{6}h)$ y $(H - x)$: por consiguiente dicho trabajo tendrá por valor,

$$\rho \pi R^2 (x - \frac{5}{6}h) \left(\frac{H - \frac{5}{6}h + H - x}{2} \right).$$

El trabajo motor total estará dado por la suma de la espresion anterior y de lo correspondiente á la presion atmosférica á lo largo del camino $(x - \frac{5}{6}h)$, ó sea $\rho \pi R^2 A (x - \frac{5}{6}h)$.

Tendremos pues:

$$\text{Trabajo motor} = \rho \pi R^2 (x - \frac{5}{6}h) (H - \frac{x + \frac{5}{6}h}{2}). \quad (6)$$

El trabajo resistente de la masa de aire encerrada en el depósito S y en el tubo s, se obtendrá por la fórmula general

$$P V \log. \frac{V}{V'}.$$

El volúmen inicial [representado por M el volúmen del aire encerrado en la caldera S] será $M + \frac{1}{6}h \pi R^2$, y su presion será igual á 6 atmósferas, ó sea $6A \rho$. El volúmen de esta misma masa en otro instante tendrá por valor $M + (h-x) \pi R^2$, y por lo tanto tendremos para espresion del trabajo resistente:

$$(M + \frac{1}{6}h \pi R^2) 6A \rho \log. \frac{M + (h-x) \pi R^2}{M + \frac{1}{6}h \pi R^2};$$

ó representando por m la relacion $\frac{M}{\pi R^2}$:

$$6 \pi R^2 A \rho (m + \frac{1}{6}h) \log. \frac{m + (h-x)}{m + \frac{1}{6}h}. \quad (7)$$

Por último el trabajo resistente del rozamiento se espresará

$$\text{por la integral } 4 \pi R \frac{\beta}{2g} \int \frac{x}{\frac{5}{6}h} (L+x) v^2 dx. \quad (8)$$

Aplicando á las espresiones (5), (6), (7) y (8) el principio de las fuerzas vivas, tendremos por último la ecuacion general

$$\rho \pi R^2 \left[(L+x) \frac{v^2}{2g} - \left(L + \frac{5}{6} h \right) \frac{v_0^2}{2g} \right] = \rho \pi R^2 \left(x - \frac{5}{6} h \right) \left(W - \frac{x + \frac{5}{6} h}{2} \right) + 6 \pi R^2 A \rho \left(m + \frac{1}{6} h \right) \log. \frac{m + (h-x)}{m + \frac{1}{6} h} - 4 \pi R \frac{\beta}{2g} \int \frac{x}{\frac{5}{6} h} (L+x) v^2 dx.$$

Despejando de esta expresion v por un procedimiento análogo al indicado para el primer periodo, é integrando para obtener el valor de t en funcion x , tendrédmos dos nuevas fórmulas:

$$v = \Psi(x) \dots \dots (c) \quad \text{y} \quad t = \int \frac{x}{\frac{5}{6} h} \frac{dx}{\Psi(x)} \quad (d)$$

que darán respectivamente: la primera, la velocidad; y la segunda, el tiempo correspondiente al segundo periodo del movimiento.

Conviene observar que las fórmulas (c) (d) solo pueden obtenerse aproximadamente, y que para la segunda será forzoso construir una tabla con los valores de x y t obtenidos, descomponiendo el intervalo $x - \frac{1}{6} h$ en diferencias sumamente pequeñas. (1)

(1) Si M , volúmen del depósito, es muy grande con relacion á la parte $\frac{1}{6} h \pi R^2$ del tubo, las fracciones $\frac{1}{6} \frac{h}{m}$ y $\frac{h-x}{m}$ serán muy pequeñas, y las fórmulas anteriores se simplifican notablemente.

En efecto, dividiendo numerador y denominador del factor $\log. \frac{m+h-x}{m+\frac{1}{6}h}$ por

$1 + \frac{h-x}{m}$, resulta: $\log. \frac{1 + \frac{h-x}{m}}{1 + \frac{1}{6m}}$; y sustituyendo á la variable x la variable z , contada desde el punto en que termina la primera parte de la escursion ascendente, el segundo término de la fórmula general del movimiento se reduce por dicha sustitucion, $x = \frac{5}{6} h + z$, á

3.^{er} periodo. Desde el instante en que se abre la válvula de salida A, y la de admision de aire a, la rama AE se convierte, por decirlo así, en un vaso con un orificio en el fondo, y es en extremo sencillo calcular el tiempo t_2 que tardará en salir todo el líquido, y las diferentes circunstancias de esta oscilacion descendente.

Fácil es ahora resolver los diferentes problemas que al principio de esta nota hemos indicado.

1.^o *Velocidad de la columna liquida en un instante cualquiera, ó para una posicion determinada de dicha columna.* Si el instante que se considera corresponde al primer periodo, bastará sustituir en la ecuacion (a) en vez de x el valor correspondiente á dicha posicion, ó al instante que se considera, y, si se prescinde del rozamiento, puede emplearse la fórmula (a'), mucho mas sencilla que la anterior.

Si la posicion de que se trata corresponde al segundo periodo, la ecuacion (c) dará el valor de v correspondiente á dicho valor de x .

2.^o *Tiempo transcurrido entre el instante inicial y el correspondiente á una posicion cualquiera de la columna liquida.* Las ecuaciones (b) ó (b') (segun se prescinda ó no del rozamiento) dan el valor del tiempo t para el primer periodo. La ecuacion (d) dá el valor variable de t correspondiente al segundo periodo, y sumando á dicho valor el de t_0 queda resuelto el problema para todos los instantes que se refieran á este segundo periodo.

3.^o *Tiempo necesario para reducir el aire de la rama ascendente á 6 atmósferas.* El valor t_0 dado por la ecuacion

$$6 \pi R^2 A \rho \left(m + \frac{1}{6} h\right) \log. \frac{1 + \frac{1}{6m} - \frac{z}{m}}{1 + \frac{h}{6m}} = 6 \pi R^2 A \rho \left(m + \frac{1}{6} h\right) \log. \left(1 - \frac{z}{m + \frac{h}{6}}\right).$$

Desarrollando el logaritmo, y tomando el primer término del desarrollo, se convierte por último la expresion precedente en esta otra

$$6 \pi R^2 A \rho z,$$

la cual se obtiene directamente, en la hipótesis de una presion constante, multiplicando la presion $6 \pi R^2 A \rho$ por el camino descrito z .

(b'') si se prescinde del rozamiento, ó por su equivalente en el caso contrario, espresa dicho tiempo y dá por lo tanto el valor de esta incógnita.

4.º *Tiempo de la escursion ascendente.* La oscilacion ascendente terminará al reducirse á cero la velocidad de la columna líquida; por lo tanto harémos $v=0$ en la ecuacion (c) y despejarémos x . Esta última cantidad nos dará la amplitud máxima de la oscilacion ascendente, y por lo tanto, si tomamos como límite superior de la ecuacion (d) dicho valor, el valor t_1 que resulte para t espresará la duracion del segundo periodo.

El tiempo total de la escursion será, por consiguiente, igual á $t_0 + t_1$.

5.º *Tiempo de la escursion descendente.* Las fórmulas ordinarias de la salida de los líquidos por orificios practicados en la pared de un vaso, resuelven el problema, y nada diremos pues sobre este punto.

6.º *Tiempo total de un periodo de trabajo.* La suma del tiempo empleado en la escursion ascendente $t_0 + t_1$, y del valor t_2 que á la escursion descendente corresponde, dá el tiempo

que corresponde, dá el tiempo que representaremos por T.

Trabajo en un periodo de trabajo.

(c) $v=0$ y despejando x , ten-

la columna líquida: sea x_0 es-

; el volúmen de aire, á la pre-

o, al comenzar la oscilacion de-

scendente del sifon, era $\pi R^2 h$;

ueda al terminar el periodo de

trabajo á $\pi R^2 (h - x_0)$; pero como

la presión próximamente á la presión

de seis atmósferas, $(h - x_0)$ á la de una, y por lo

tanto el volúmen de aire inyectado

en el depósito en un periodo de

trabajo será $\pi R^2 (6x_0 - 5h)$ á la

presión de una atmósfera, ó bien

$\pi R^2 (x_0 - \frac{5}{6}h)$ á la presión

de seis atmósferas.

Trabajo en una hora. Cono-

t_2 que a la escursion descendente

total de un periodo de trabajo, q

7.º *Volúmen de aire comprimido.*

Haciendo en la ecuacion

drémos el espacio recorrido por

este valor límite de x . Ahora bien

la columna líquida, en la rama as-

cienda, el volúmen que en dicha rama qu-

trabajo que consideramos, es igual

al volúmen de seis atmósferas, será $6 \pi R^2 (h - x_0)$

tanto el volúmen de aire inyectado

en el depósito en un periodo de

trabajo tendrá por valor $\pi R^2 (6x_0 - 5h)$ á la

presión de una atmósfera, ó bien

$\pi R^2 (x_0 - \frac{5}{6}h)$ á la presión

de seis atmósferas.

8.º *Volúmen de aire comprimido.*

ciendo el volúmen $\pi R^2 (x_0 - \frac{5}{6} h)$ de aire á 6 atmósferas comprimido en un periodo de trabajo, y la duracion T de dicho periodo, fácil es el obtener el elemento en cuestion. Supongamos que T está espresado en segundos de tiempo, el volúmen comprimido hasta 6 atmósferas de presion en una hora estará dado por la fórmula

$$\frac{\pi R^2 (x_0 - \frac{5}{6} h)}{T} \quad 3.600.$$

9.º *Volúmen de agua gastado en un periodo de trabajo.* Siendo x_0 el espacio recorrido por la columna líquida en la escursion ascendente, es claro que el volúmen del líquido que saldrá del compresor en la escursion descendente será igual á $\pi R^2 \times x_0$.

10. *Volúmen de agua necesario para comprimir seis decímetros cúbicos de aire atmosférico hasta reducirlos á un decímetro cúbico.* El volúmen de aire que en cada periodo de trabajo se lanza al depósito de aire comprimido, está dado por la espresion $\pi R^2 (6x_0 - 5h)$, y el volúmen de agua necesario para producir este efecto, hemos visto que es igual á $\pi R^2 x_0$; por consiguiente el volúmen de agua necesario para comprimir la unidad de volúmen de aire atmosférico hasta seis atmósferas, será $\frac{x_0}{6x_0 - 5h}$ y por lo tanto cada 6 decímetros cúbicos de aire consumirán un volúmen de agua dado por la fórmula $\frac{6}{1.000} \times \frac{x_0}{6x_0 - 5h}$.

Si la diferencia $h - x_0$ fuese igual á cero, lo cual supone que la columna líquida llega hasta la válvula E, la espresion anterior queda reducida á 0,006, resultado que hubiera podido preverse desde luego.

Hemos espuesto rápidamente la teoría del compresor hidráulico, sin descender á detalles, ni entrar en un estudio profundo de las diferentes circunstancias que presenta el movimiento de la columna oscilante, porque esto nos llevaria muy

léjos, y no debemos dar á esta noticia de los aparatos de Mont-Cénis, otro carácter distinto del que, por su naturaleza y la rapidez con que ha sido hecha, debe tener.

Por esta misma razon, y porque no tenemos las dimensiones exactas de los compresores montados en Bardoneche, no hacemos tampoco ninguna aplicacion práctica de las fórmulas precedentemente establecidas; aplicacion que por otra parte es mas fácil de lo que á primera vista pudiera creerse, siempre que se prescindia del rozamiento, ó que se sustituya al término que lo representa otro aproximado, y del cual haya desaparecido la integral. Introduciendo, pues, estas modificaciones, y construyendo tablas de los valores correspondientes de v , x y t , se puede seguir el movimiento de la columna líquida, y determinar todos los elementos cuyos valores hemos dado precedentemente.

Segunda.—Altura límite del depósito regulador sobre la caldera.

Hemos dicho al principio de esta memoria, que la altura del depósito regulador sobre las calderas de aire comprimido no era arbitraria, y que existia por lo tanto un límite teórico al cual nunca debia llegarse.

Veamos ahora cómo puede calcularse dicho límite.

Es claro que el límite en cuestion no será otro, que el que resulte de suponer que la presión del agua del depósito F, (fig. 49), sobre la válvula E de admision de aire comprimido, es tan considerable, que el aire de la rama AE destruye el movimiento de la columna líquida oscilante antes de adquirir la tension necesaria para abrir dicha válvula E. Supongamos, pues, que el tubo AE está completamente cerrado por su parte superior, y si calculamos la tension del aire encerrado en dicha rama del sifon, en el instante en que la velocidad del agua es cero, del valor de dicha tension podremos deducir el límite superior de la columna líquida s .

Prescindamos de los rozamientos, para que el cálculo que nos proponemos hacer sea mas sencillo, é igualemos á cero el valor de la velocidad dado por la fórmula (a'); tendrémos, pues:

$$x \left(H + A - \frac{x}{2} \right) + h A \log. \frac{h-x}{h} = 0.$$

De esta ecuacion deducirémos el valor de x , y la relacion $\frac{h}{h-x}$, nos dará la tension del aire encerrado en la rama ascendente del sifon, espresado en atmósferas. Reduciendo esta tension á altura de agua tendrémos el límite buscado.

Supongamos, para fijar las ideas, que las cantidades H , h y A tienen los siguientes valores numéricos:

$$H = 24^m.$$

$$h = 4^m.$$

$$A = 10^m, 55.$$

La ecuacion precedente se trasformará en esta otra:

$$x \left(54,55 - \frac{x}{2} \right) + 4 \times 10,55 \log. \frac{4-x}{4} = 0.$$

Tomando por incógnita la cantidad $\frac{4}{4-x} = y$ que mide en atmósferas la presion límite, tendrémos:

$$(y-1) (16,16 y + 1) = 5,16 y^2 \log. y$$

de la cual por sustituciones sucesivas deducirémos el valor de y .

La altura 51 metros del depósito regulador sobre las calderas de aire comprimido, no llega á este límite.

Tercera.—Aparato para la compresion del aire inventado por Mr. Minotto.

Mr. Minotto ha modificado el ariete hidráulico, á fin de aprovechar la fuerza viva de la columna oscilante en la compresion del aire, y juzga preferible este sistema al de los Ingenieros piemonteses, porque siendo el coeficiente útil del ariete hidráulico muy superior al de los compresores de Mont-Cénis, pues se eleva á veces á 0,92 del trabajo motor, cree dicho ingeniero que si se consigue emplear su accion en comprimir

aire, en vez de utilizarlo para elevar agua, se obtendrá un resultado mucho mas ventajoso que el que se obtiene con los citados aparatos.

La figura 51 indica el sistema que dicho ingeniero propone.

A representa un tubo horizontal, cuyas dimensiones varían con la altura de la caída, pero que tendrá por lo menos 10 ó 12 metros de longitud.

Este tubo se encorva en uno de sus extremos, se prolonga despues verticalmente, y recibe por su parte superior el agua de la caída: por el lado opuesto termina en una rama vertical muy corta, **B**.

B es rama vertical en cuya parte superior hay una válvula.

a es válvula para la admision de aire comprimido.

C es depósito de aire comprimido.

b es válvula situada al extremo del tubo horizontal, y que detiene la marcha de la columna líquida.

c es resorte de la válvula *b*.

Todas las piezas descritas hasta aquí son idénticas á las de un ariete hidráulico ordinario, y si en *c* se estableciese el sistema que está indicado de puntos, podria emplearse dicho aparato para la elevacion del agua. Veamos ahora qué piezas es preciso agregar á este sistema, para obtener fácilmente la compresion del aire.

El tubo **A** continúa horizontalmente en una estension de 10 á 12 metros y termina en **E**.

Inmediata á la válvula *b* se establece una capacidad **F** con la cual comunica el tubo **D** por medio de una pequeña abertura ú orificio *d*, y en dicha capacidad se fijan dos válvulas *e* y *g*; la primera que pone en comunicacion el espacio **F** con el tubo **B**; la segunda que pone en comunicacion dicho espacio con la atmósfera.

La válvula *e* se mantiene abierta por un resorte *f*, y la *g* se mantiene cerrada por un contrapeso *h*.

Hé aquí cómo funciona el aparato.

La columna líquida en movimiento corre por la rama verti-

cal, sigue la direccion que indica la flecha, en el tubo A, y sale por la válvula *b*; mas en virtud del choque de dicha columna contra la válvula *b*, se cierra esta á los pocos instantes de haber comenzado el movimiento. No hallando la masa líquida otra salida que el tubo B, se lanza por este, cierra de golpe la válvula *e*, comprime el aire que halla en la rama B, abre la válvula *a*, y arroja al depósito C el aire comprimido. Cuando la fuerza viva de la columna líquida se anula por la resistencia del aire, las válvulas *e* y *b* se abren por la tension de los resortes *c* y *f*; el aire del depósito F pasa al tubo B, el agua sale de nuevo por la válvula *b*, y comienza otra oscilacion idéntica á la que acabamos de esplicar.

Finalmente, en cada uno de estos periodos de movimiento, al cerrarse la válvula *b*, la columna líquida D continúa marchando y produce una aspiracion en F, en virtud de la cual se abre la válvula *g* bajo la presion atmosférica y se introduce en el depósito F una nueva cantidad de aire.

A fin de impedir en lo posible los violentos choques de la válvula *b* contra su asiento, propone Mr. Minotto el siguiente sistema.

En prolongacion del eje de la válvula *b* se monta un cilindro *m*, el cual entra en otro cilindro hueco *n* unido invariablemente al tubo y cerrado por uno de sus extremos.

El diámetro de este segundo cilindro es dos milímetros mas grande que el del cilindro *m*.

Veamos ahora cómo, por medio de esta disposicion, se evitan en parte los choques de la válvula *b*.

Al cerrarse dicha válvula, el cilindro *m* oprime fuertemente el agua contenida en el cilindro *n*, y la resistencia de dicha masa de agua, mientras sale por varios orificios practicados en el extremo *n'*, destruye una parte del choque y da suavidad á los movimientos de la válvula.

No nos detendremos en examinar el sistema anterior, aun cuando debemos advertir que ocurren algunas dudas sobre su eficacia, y principalmente en la parte que se refiere al paso del aire del depósito F al tubo B.

Sin embargo, hemos creído oportuno dar esta ligera noticia del aparato de Mr. Minotto, no solo para que se tenga una idea general de cuanto se ha dicho relativamente á la perforacion de Mont-Cénis en las publicaciones estrangeras, sino porque aunque hoy, y tal como se presenta, no nos parece aceptable, tal vez sirva de base á nuevas investigaciones, y convenientemente modificado pueda ofrecer ventajas reales y positivas para la compresion del aire.

Cuarta.—Cálculo del diámetro de los sifones.

Supondrémos, para simplificar esta investigacion, que se prescinde del rozamiento del agua con el tubo, y admitirémos que se han fijado los valores de H y h en las fórmulas de la nota primera. Aplicando el método que allí espusimos, se vé desde luego, que si se prescinde del rozamiento, las espresiones que dan los valores de la velocidad y del espacio en funcion del tiempo, son independientes del diámetro del sifon, y que por lo tanto podrémos, sin tener en cuenta dicho diámetro, calcular los siguientes elementos:

- 1.º El espacio x_0 recorrido por la columna líquida.
- 2.º El tiempo total T de una oscilacion.

Sean: V el volúmen de aire reducido á seis atmósferas que se desea inyectar en las calderas cada 24 horas, y R el rádio desconocido del sifon.

El volúmen condensado en la caldera en una oscilacion, es igual, segun hemos visto en la pág. 158, á

$$\pi R^2 \left(x_0 - \frac{5}{6} h \right)$$

á la presion de seis atmósferas; y por lo tanto, en 24 horas (suponiendo que el tiempo T se espresa en horas), el volúmen de aire comprimido estará dado por la espresion,

$$\pi R^2 \left(x_0 - \frac{5}{6} h \right) \frac{24}{T}.$$

Igualando la espresion anterior á V tendrémos:

$\pi R^2 \left(x_0 - \frac{5}{6} h \right) \frac{24}{T} = V$, de donde podremos deducir el valor de R.

Si dicho valor resultase demasiado grande podrian establecerse, como se ha hecho en Mont-Cénis, varios compresores, y representando por n su número, tendríamos para determinar una de las dos incógnitas n ó R la relacion

$$n \pi R^2 \left(x_0 - \frac{5}{6} h \right) \frac{24}{T} = V.$$

El valor de R así determinado puede servir de base para un nuevo cálculo en que se aprecie la influencia del rozamiento.

Quinta. — Perforador de Mr. Bartlet.

Aunque no hemos podido adquirir la descripción del perforador de Mr. Bartlet, del informe de la comisión encargada de examinar el sistema propuesto por los ingenieros piamonteses, se deduce cuál es el principio fundamental en que estriba dicho aparato.

El perforador de Mr. Bartlet es, por decirlo así, una pequeña máquina de vapor locomóvil, de acción directa y compuesta de dos cilindros horizontales A, B, (figura 52), cuyos ejes coinciden.

El primero de estos cilindros A recibe el vapor ó el aire comprimido, y constituye el cilindro motor: su émbolo a toma bajo la acción de la fuerza motriz un movimiento alternativo rectilíneo, que se trasmite al útil ó barrena, como veremos en breve.

En el segundo cilindro B se mueven dos émbolos b, b' separados por una pequeña capa de aire C. El émbolo b se une al émbolo a del cilindro de vapor por medio de la varilla cd , y se mueve en el cilindro B con un movimiento alternativo rectilíneo. El émbolo b' va unido á una varilla ef , á cuyo extremo f se ajusta el útil que ha de operar la perforación.

Cuando el émbolo a , oprimido por el vapor, avanza hácia la

derecha, comunica un movimiento idéntico al émbolo *b*; este último comprime la capa de aire *C*, la cual á su vez reobra sobre el émbolo *b'* y le hace marchar en el mismo sentido que el émbolo del cilindro de vapor.

Quando este último retrocede, retrocede tambien el émbolo *b*; el aire *C* se dilata, la presión atmosférica actúa sobre el émbolo *b'*, y este y el útil caminan de derecha á izquierda.

Así, pues, el movimiento alternativo del émbolo *a* se transmite al émbolo *b'*; pero no directamente sino por el intermedio de la capa de aire *C*, lo cual da dulzura á los movimientos y evita los choques.

Por medio de algunas válvulas, convenientemente dispuestas, se regulariza la tensión del aire *C*, y se introduce el necesario para compensar las pérdidas, que en virtud del trabajo del mecanismo se originan.

La varilla *ef* que sostiene el útil, al mismo tiempo que oscila, recibe un movimiento continuo de rotación, que es una de las condiciones que, según vimos, debe llenar todo perforador.

Los golpes del útil se suceden con tal rapidez, que, según de las esperiencias hechas con este perforador se deduce, choca contra la roca 200 ó 500 veces por minuto.

El peso de la parte *ef* y del émbolo *b'* es de 16*,80.

La carrera del émbolo es algo inferior á 0,2.

El número de golpes por segundo es 4,45.

La velocidad media es algo inferior á 1,78.

Y finalmente, el trabajo comunicado á la varilla *ef* que sostiene el útil es $\frac{1}{11}$ á lo mas del contenido en el aire que actúa como fuerza motriz.

Las modificaciones introducidas en el perforador de Monsieur Bartlet por los ingenieros piamonteses, consisten:

1.º En haber reducido los dos cilindros *A*, *B*, á uno solo,

2.º En hacer que dicho émbolo se mueva entre dos capas de aire situadas en los dos estremos del cilindro, y que contribuyen á amortiguar los choques.

- 3.º En haber disminuido el peso y el volúmen de los aparatos.
- 4.º En hacer que el perforador avance á medida que avanza la perforacion y que se regularice por sí mismo.
- 5.º En disponer el aparato de modo que pueda trabajar en todas direcciones.

Sesta.—Coste del túnel.

Del discurso pronunciado por el General Menabrea en la Cámara de Diputados, tomamos las siguientes noticias relativas al coste del túnel:

»La línea de Susa á Modane tiene una longitud de 48^k,59,
»de los que 12^k,59 corresponden al túnel.

»El coste de dicha seccion se supone que será el siguiente:

	<i>Francos.</i>
»Líneas de union desde Susa á la estremidad meridional de la galería, y de Modane á la boca setentrional.	44.000,000
»Galería.	20.600,000
»Colocacion de la via, etc.	5.670,000
»Gastos imprevistos.	2.950,000
	41.600,000

»De donde resultan 4.635,000 francos por kilómetro para la galería, y para las vias de union 400.000 frs. por kilómetro.

»El término medio de la seccion es de 856.000 francos por kilómetro.

»El coste de construccion del túnel de Mont-Cénis no puede compararse con el de otros túneles en que se han presentado dificultades que probablemente no se presentarán en el de los Alpes.

»Así en las galerías de Giovi y de Valence no se podía es-

»traer, por decirlo así, un solo metro cúbico de tierra sin
»apuntalar y revestir el terreno, lo que no sucederá con el tú-
»nel de los Alpes, que ha de atravesar rocas duras y resisten-
»tes, en las que serán inútiles los apuntalamientos.

»Si se examina el cuadro general del coste de galerías eje-
»cutadas en diferentes países, se vé que el precio varia de un
»millon de francos á tres millones doscientos mil francos kiló-
»metro; por lo tanto tomando un término medio, ó sea un mi-
»llon seiscientos mil francos, creo que el resultado se aproxi-
»mará bastante á la verdad; y debe observarse que si los nue-
»vos métodos de perforacion no disminuirán probablemente el
»coste, tampoco lo aumentarán, y que aparte de esto, realiza-
»rán una economía en el tiempo necesario para la construccion.

A LA MEMORIA DEL

TUNEL DE LOS ALPES.

COMPLETADO EN OCTUBRE DE 1882.

APENDICE

A LA MEMORIA DEL **TUNEL DE LOS ALPES,**

ESCRITO EN OCTUBRE DE 1865.

(1) Los principales trabajos que he tenido ocasión de consultar para redactar este apéndice son los siguientes: la de Mr. Camus, publicada en los Annales de ponts et chaussées; la de Mr. Oppermann, publicada en el Polytechnische Journal del año 1860; y por último, una obra especial de Mr. A. Juviller.



APENDICE

A LA MEMORIA DEL

TUNEL DE LOS ALPES,

ESCRITO EN OCTUBRE DE 1867

APÉNDICE.⁽¹⁾

Los dos observatorios extremos están en la prolongación de la línea de la galería. Para establecer la alineación de jalones, se construyó, pues, un observatorio en la divisoria, y por medio de un teodolito se fijaron puntos de referencia en las dos vertientes opuestas de las bocas del túnel, y otros puntos sobre las laderas de la montaña.

Los dos observatorios extremos están en la prolongación de la línea de la galería. Para establecer la alineación de jalones, se construyó, pues, un observatorio en la divisoria, y por medio de un teodolito se fijaron puntos de referencia en las dos vertientes opuestas de las bocas del túnel, y otros puntos sobre las laderas de la montaña.

DICIMOS en la página 16 que lo escabroso del terreno había hecho imposible el establecimiento del eje del túnel en la parte superior de la montaña, y debemos aquí corregir esta involuntaria equivocación. En la noticia sobre el túnel de los Alpes publicada por Mr. Comte en los Anales de puentes y calzadas, leemos lo siguiente: «El trazado de la línea sobre el terreno se ha verificado con toda la precisión posible, estableciendo tres puntos fijos de referencia: uno de ellos sobre la cresta de la montaña; los otros dos, que son visibles desde el primero, sobre las vertientes del Arc y de Rochemolle, opuestas á las bocas del túnel. Una vez establecidos invariablemente estos tres puntos, se han establecido también las dos bocas del túnel, y dos observatorios colocados enfrente de dichas bocas, y en prolongación de las líneas de pendiente de la galería. En estos observatorios se han montado dos anteojos para comprobar constantemente la dirección del subterráneo.»

(1) Las principales memorias que hemos consultado para redactar este apéndice son las siguientes: la de Mr. Comte, publicada en los Anales de puentes y calzadas; la de Mr. Oppermann, publicada en el *Portefeuille economique* del mismo autor, y por último, una obra especial de Mr. A. Devillez.



»La direccion del eje del túnel, dice un artículo de Mr. Oppermann, está indicada en el exterior por una línea de jalones colocados en las dos vertientes de la montaña sobre una faja del terreno, que se ha limpiado de cuantos objetos pudieran ocultarlos á la vista. Desde cada uno de los observatorios se descubre y se puede recorrer con el anteojo, el jalón de la parte superior, la fila de jalones de la vertiente y el fondo del túnel. Para comprobar la direccion de este en un instante cualquiera, basta colocar una lámpara de reflector en el fondo de la galería.»

Para establecer la alineacion de jalones, se construyó, pues, un observatorio en la divisoria, y por medio de un teodolito se fijaron puntos de referencia en las dos vertientes opuestas á las bocas del túnel, y otros varios sobre las dos faldas de la montaña.

Los dos observatorios extremos están en la prolongacion de las dos líneas de pendiente del túnel, y un anteojo sólidamente unido á dos montantes verticales dá el medio de rectificar las alineaciones en cualquier momento. La direccion de los anteojos se comprueba frecuentemente por medio de varias marcas ó puntos fijos de referencia cuidadosamente conservados.

El eje del túnel comprende tres alineaciones, á saber:

En el lado de Bardoneche una curva de 500 metros de radio.

En el centro de la galería una alineacion recta de 11.580 metros próximamente.

En el lado de Modane una curva de 500 metros de radio.

La alineacion central se prolonga por una y otra parte hasta su encuentro con las dos vertientes de la montaña, y esta es la galería que actualmente se practica, y á la cual han de unirse en sus dos extremos las dos alineaciones curvas antes indicadas.



De esta alineacion recta se abandonarán, una vez terminada la obra, 250 metros en el extremo de Bardoneche, y 580 metros en la parte de Modane.

El eje del túnel forma un ángulo de 19° con el meridiano terrestre, y 5° con el meridiano magnético.

III.

La entrada del túnel en la parte de Francia está sobre el nivel del mar á.	1202 ^m ,82
La correspondiente á la parte de Italia á.	1555 ^m ,58
Diferencia.	152 ^m ,56

Esta diferencia se salva con dos pendientes opuestas :

La 1. ^a de 0,0222 en una longitud de 6.410 metros, cuya altura total será.	135 ^m ,64
La 2. ^a de 0,0005 en una longitud de 6.410 metros, cuya altura será.	3 ^m ,06
Diferencia.	152 ^m ,58

El túnel pasa á 1617^m,58 bajo la cresta de la montaña.

La fig. 55 representa un corte longitudinal de la montaña y del túnel. Está tomada del artículo de Mr. Oppermann, y algunas anotaciones difieren de las precedentes, que son las dadas por Mr. Comte en los Anales de puentes y calzadas.

Tambien se observa una diferencia notable entre la pendiente 0,0005 y la que supusimos, segun parece equivocadamente, en la página 18.

IV.

Del artículo de Mr. Oppermann tomamos las siguientes noticias históricas sobre el empleo del aire como fuerza motriz.

Mr. Colladon en 1855 demostró que podía emplearse el aire comprimido, tanto como motor para poner en movimiento los aparatos de perforacion, como para ventilar la galería, y

aun presentó proposiciones para la ejecucion de la obra, aunque sin precisar el sistema que hubiera de seguirse.

El uso del aire como motor no era, sin embargo, una idea completamente nueva: ya en 1822 se habian concedido varios privilegios de invencion en Francia é Inglaterra, y las invenciones y ensayos de MM. Andraud y Julienne, verificados en 1848 y 1855, habian dado una gran importancia práctica á este pensamiento.

El perforador de Mr. Bartlett hizo dar un nuevo paso hácia la solucion del problema; y aplicando á dicho aparato el motor propuesto por Mr. Colladon, resultó un nuevo sistema de perforacion, el cual á su vez perfeccionado posteriormente por los ingenieros piamonteses Sommeilleur, Grandis y Graton, constituye el sistema que actualmente se sigue en la ejecucion del túnel.

V.

La máquina primitiva de Mr. Bartlett era una verdadera locomóvil, puesta en movimiento por la fuerza expansiva del vapor; pero su empleo en el interior del túnel presentaba grandes dificultades: no solo exigiria para la alimentacion del fuego de la caldera una masa considerable de aire, sino que el humo producido por la combustion viciaria necesariamente la atmósfera, y haria difícil ó imposible la permanencia de los obreros en el interior del túnel.

Por otra parte, el establecimiento de una máquina fija en el exterior, y la conduccion del vapor hasta el fondo de la galería de ataque, ya difícil y dispendioso al comenzar la perforacion, seria absolutamente imposible cuando esta llegase muy adentro de la montaña. Tales fueron las consideraciones por las que ha sido de todo punto indispensable la modificacion del perforador de Mr. Bartlett.

VI.

Para completar lo dicho en las páginas 24 y 25 tomamos de los artículos ya citados de Mr. Comte y Mr. Oppermann, así co-

mo de la obra de Mr. A. Devillez titulada *Des travaux de percement du tunnel sous les Alpes* las siguientes noticias.

Lado de Bardoneche. La galería principal abierta en la roca tiene por término medio un ancho de 9^m,60 y 8^m,46 de altura, y está sólidamente revestida en toda su longitud, como puede verse en la fig. 55. Con estas dimensiones resulta un área de 72 metros para la seccion transversal de la galería, dato que concuerda con lo que digimos en las páginas 24 y 25, así como en las 119 y 120. La seccion transversal de la bóveda, figuras 54 y 55 está formada por un semicírculo de 8 metros de diámetro y por dos arcós de 10^m,10 de rádio que constituyen los paramentos interiores de los muros. La altura de la bóveda sobre la base *b b'* es próximamente 6 metros.

Segun Mr. Devillez la seccion transversal del túnel, si bien concuerda en sus dimensiones principales con la que acabamos de describir, difiere radicalmente en su forma, pues supone compuesta dicha seccion por siete arcos de círculo cuyos rádios son respectivamente 12^m,80 ; 6^m,50 ; 4^m,55 ; 3^m,15 ; 4^m,55 ; 6^m,50 ; y 12^m,80.

El ancho del túnel á la altura de los carriles es de 7^m,60, de los cuales 6^m,20 corresponden á las vias y entrevias, y los 1^m,40 restantes á dos andenes laterales de 0^m,70 de anchura cada uno.

La altura sobre los carriles es de 6 metros.

Un canal, ó gran cuneta, practicada entre las dos vias servirá para el desagüe de las filtraciones, tanto mientras dure la perforacion, como despues de terminada la obra.

En un principio se proyectó con un ancho de 0^m,60 y una altura de 0^m,40. Posteriormente á fin de tener espacio bastante para colocar á lo largo de dicho canal, y en su interior, los tubos de aire y de gas, se aumentaron sus dos dimensiones hasta 1^m,20 y 1^m respectivamente.

El 15 de setiembre del año anterior se verificó en la pequeña galería un desprendimiento que, aunque no de mucha consideracion, la obstruyó por completo, dejando encerrados en el fondo á mas de 60 obreros. Afortunadamente uno de ellos

tuvo la feliz idea de aprovechar como salida el canal de desagüe, y por él pudieron salvarse todos ellos con la mayor facilidad.

Mas adelante veremos el partido que en concepto de algunos ingenieros puede sacarse de este canal para la ventilacion del túnel.

Los muros que sostienen la bóveda se han construido de sillería, y con un espesor que varia de 0^m,50 á 1^m,00: la bóveda es de fábrica de ladrillo, siendo las dimensiones de cada uno 0^m,26, 0^m,125 y 0^m,06: su espesor es de dos ladrillos y medio.

Tanto en los datos numéricos anteriores, como en los que mas adelante presentaremos, se notan algunas diferencias si de los dados por unos autores se pasa á los consignados por otros; pero á decir verdad son las mas de ellas insignificantes, y no creemos necesario hacerlas constar en detalle.

Lado de Modane. Segun Mr. Devillez esta parte de la galería se ha construido como la correspondiente al lado de Bardoneche, disminuyendo sin embargo la altura de la bóveda en 0^m,30 y modificando la curvatura de la parte superior.

Galería de ataque. La galería de ataque tiene próximamente 3 metros de altura por un ancho de 4 metros. (Véanse las figuras 54, 55, 56 y 57.)

En la parte de Bardoneche se ha practicado al nivel del suelo del túnel; pero en el lado de Modane se comenzó á abrir en la parte superior de la galería principal, cortando la roca en forma de plano inclinado (strauss) para unir los suelos de ambas galerías. Posteriormente se ha modificado esta disposicion y se abrirá como en el lado de Bardoneche, es decir, en la parte inferior del túnel.

Tanto en uno como en otro lado está cortada la galería de ataque por un plano inclinado, disposicion que facilita el ensanche de la pequeña galería.

Las dimensiones de esta, como acabamos de ver, son superiores á las que supusimos en la pág. 411.

VII.

Efecto útil de los compresores. En cuanto á la determinacion del efecto útil de los compresores, son varias las cifras consignadas en las noticias y memorias que tenemos á la vista.

Mr. Devillez, que es quien trata este punto con mas estension, obtiene los siguientes resultados.

Si representamos por ω el área del sifon, por h la altura de la válvula de admision de aire en el depósito sobre la de desagüe, y por P la presion en dicho depósito, tendremos (pág. 54) que el trabajo necesario para comprimir el aire contenido en

la rama mas corta del sifon hasta reducirlo á $\frac{1}{x}$ de su volúmen, será:

$$\omega h \cdot \frac{P}{x} \log. x \cdot 2,5026.$$

Reducido ya el aire á $\frac{1}{x}$ de su volúmen, y abierta la válvula de admision, la presion resistente puede suponerse constante, y el trabajo del aire vendrá dado por la fórmula

$$\omega \cdot \frac{h}{x} P.$$

El trabajo total tendrá por valor

$$\frac{\omega h}{x} \cdot P (1 + \log. x \cdot 2,5026).$$

La presion atmosférica actuando sobre la columna líquida contribuye por el intermedio de esta á la compresion del aire, desarrollando un trabajo igual á

$$\omega h P',$$

representando por P' dicha presion atmosférica.

La columna líquida solo tendrá que desarrollar para la compresion del aire un trabajo cuyo valor será:

$$\frac{\omega h}{x} P (1 + \log. x \cdot 2,5026) - \omega h P',$$

ó representando ωh por V

$$V \left[\frac{P}{x} (1 + \log. x \cdot 2,5026) - P' \right]: \quad (a)$$

tal es la fórmula dada por Mr. Devillez.

En los compresores de Bardoneche la tension del aire en los depósitos es próximamente de 5 atmósferas efectivas, ó 6 atmósferas absolutas; y como el diámetro del sifon es 0^m,62 y la altura h es igual á 4^m,50, el volúmen de agua V gastado en cada escursion del aparato será igual á

$$\frac{1}{4} \pi \cdot 0,62^2 \times 4,5 = 1^{\text{m}^3},298.$$

La fórmula (a) se convertirá, poniendo en ella

$$V = 1,298$$

$$P = 6 \times 10533 = 61998^{\text{k}}$$

$$P' = 10533^{\text{k}}$$

$$\text{y } x = 6,$$

en

$$1,298 \left[\frac{61998}{6} (1 + \log. 6 \times 2,5026) - 10533 \right] = 24031 \text{ kilográs}$$

metros que representan el trabajo desarrollado por la columna líquida del compresor.

El volúmen 1^{m}^3,298 de agua cayendo de 26 metros de altura representa un trabajo de}

$$1298^{\text{k}} \times 26^{\text{m}} = 33748 \text{ kilográmetros.}$$

El coeficiente de efecto útil será por consiguiente

$$\frac{24031}{33748} = 0,712.$$

Este coeficiente es puramente teórico: Mr. Devillez indica las siguientes causas que tienden á reducir su valor:

1.ª La válvula de admision no cierra por completo la entrada en el tubo; el agua sale continuamente, y el volúmen gastado en cada escursion es superior por esta causa á 1^{m}^3,298.}

2.ª Para vencer el peso y la inercia de la válvula del depósito y la presion interior, el aire en el tubo necesita á veces llegar hasta 7 atmósferas, lo cual exige un aumento de trabajo motor.

3.ª La temperatura del aire se eleva rápidamente al comprimirse, su tension aumenta y con ella el trabajo resistente.

4.ª La columna líquida pasa unas veces de la válvula del depósito y en él se pierde una parte del agua; otras no llega

hasta dicha válvula, y queda en el tubo cierta masa de aire comprimido, que recobra en la escursion descendente su presión inicial.

Mr. Oppermann dá para el coeficiente de efecto útil efectivo 0,56.

Mr. Comte, 0,77.

En cada escursion de la columna líquida se condensan en los depósitos de aire comprimido $1^m^3,298$ á una atmósfera, ó $0^m^3,2165$ á 6 atmósferas.

Cada compresor, segun Mr. Devillez, efectúa 2,5 escursiones por minuto, y si bien podria funcionar con mas rapidez, se ha reducido algo el número de oscilaciones para la conservacion del mecanismo.

Cinco compresores condensan por minuto $16^m^3,225$ de aire á una atmósfera ó $2^m^3,704$ á 6 atmósferas.

Los diez compresores pueden condensar $52^m^3,450$ por minuto á una atmósfera, y en dos horas 3794^m^3 .

Esta cifra es muy inferior á la que supusimos en las páginas 49 y 117 con arreglo á los datos de la comision.

Debe notarse, por lo tanto, que el cálculo de la página 117 cae por su base, y que la objecion de Mr. Flachet adquiere nueva fuerza.

A ser ciertos estos nuevos datos, los compresores son insuficientes para la ventilacion del túnel.

Sin embargo, los datos anteriores difieren radicalmente de los que Mr. Comte presenta.

«La marcha actual de los compresores, dice este ingeniero, es de 3 escursiones por minuto, lo que dá por dia y por cada compresor 5285 metros cúbicos, ó bien 860,5 metros cúbicos á 6 atmósferas, y para los 10 compresores 52850 metros á 1 atmósfera, ó bien 8805 metros cúbicos á 6 atmósferas.»

«La marcha de los aparatos es lenta y segura, y puede aumentarse, sin temor ni duda de ningun género, hasta 4 escursiones por minuto, lo que daría para 10 compresores en 24 horas, 70445 metros cúbicos, ó bien 11746 metros cúbicos á 6 atmósferas.»

Este último resultado se aproxima bastante á la cifra que la comision supuso, y que hemos consignado en las páginas 49 y 117.

La fórmula de Mr. Devillez supone que desde el instante en que se abre la válvula de admision del depósito, hasta el instante en que termina la escursion, la presion es constante, lo cual en rigor no se verificará.

Dos hipótesis pueden hacerse para calcular el trabajo resistente en este segundo periodo, si no se quiere admitir la de Mr. Devillez: ó bien que la presion en el depósito aumenta gradualmente (véase la pág. 194), ó que cierta masa, ya de agua, ya de aire comprimido, sale del depósito (pág. 40): lo primero se verifica al llenarse el depósito; lo segundo en un instante cualquiera de la operacion.

Sin embargo, la hipótesis de Mr. Devillez es en nuestro concepto aceptable y conduce á resultados suficientemente exactos.

VIII.

Marcha del aire comprimido por la cañería. Las fórmulas de Mr. D'Aubuisson relativas al movimiento del aire en las cañerías, fórmulas obtenidas en la hipótesis de que la tension del aire solo escede en algunos centímetros de mercurio á la presion atmosférica, ha sido comprobada por las esperiencias de Mr. Devillez hechas sobre la cañería de 1700 metros de desarrollo que conduce el aire comprimido al fondo del túnel.

La pérdida de tension segun la fórmula de Mr. D'Aubuisson es de 0^m,157 de mercurio.

La determinada directamente por medio de un manómetro se eleva á 0^m,154.

El aire desde el depósito á los perforadores pasaba de unas 5,703 atmósferas de tension á 5,5 atmósferas.

El volúmen de aire consumido era 2000 litros (á la presion 5,5 atmósferas.)

La pérdida de presión calculada con estos datos, según la tabla de la página 53, resulta mucho mayor que la anterior, como debía esperarse, toda vez que las experiencias en que dicha tabla se funda fueron hechas en circunstancias sumamente desfavorables para el libre movimiento del aire comprimido. (Pág. 51.)

IX.

Digimos en la página 57 que los depósitos de agua de los compresores se alimentaban por medio de un canal de derivación que partía del torrente de Mélezet. Fácilmente hubieran podido aprovecharse las grandes masas de agua que pasan inmediatas á las mismas bocas del túnel; mas presentan el grave inconveniente de helarse en el invierno, y por esta causa ha sido indispensable acudir á dicho torrente, cuyas aguas son abundantes y nunca se congelan.

En cuanto al caudal de agua que lleva, varios y hasta cierto punto contradictorios, son los datos que tenemos á la vista.

Segun Mr. Oppermann lleva el torrente de Mélezet como término medio $0^{\text{m}^3},060$ por segundo, si bien, dice, puede aumentarse este volúmen hasta $0^{\text{m}^3},24$.

Segun Mr. Comte el caudal de agua de dicha corriente es $4^{\text{m}^3},5$ por segundo.

Mr. Devillez no consigna este dato en su memoria.

En la página 57 con arreglo á los datos que se nos suministraron, supusimos que el volúmen de agua que se conducía á los compresores era de $2^{\text{m}^3},00$.

La longitud del canal segun Mr. Comte es de 3 kilómetros. (Véase la pág. 58.)

X.

Principales dimensiones de los compresores. Conocida la diferencia de nivel entre el depósito superior y la válvula de desagüe, así como la presión del aire en dicho depósito, deben calcularse los dos elementos siguientes:

1.º La altura de la rama más corta del compresor, que designaremos por h .

2.º El diámetro de cada sifon y el número de compresores.

La longitud h se calcula de modo que al llegar la columna líquida á la válvula del depósito, la velocidad de dicha columna líquida sea nula.

Basta para ello igualar los trabajos motores y resistentes en una semi-oscilacion.

Admitiendo las notaciones de la página 126, y representando por n la relacion entre la presion del aire en el depósito y la presion atmosférica, tendremos:

$$\rho \omega h \left(H - \frac{h}{2} \right) + \omega \rho \Delta h = \rho \omega h A \log. n \times 2,505 + 6 \rho \omega A \cdot \frac{h}{6},$$

de donde

$$h = 2H - 2A \cdot \log. n \times 2,505. \quad (1)$$

Esta fórmula dá para h un valor muy superior al verdadero.

La razon fácilmente se comprende. No tan solo hemos prescindido de las resistencias pasivas, debidas á rozamientos, codos, estrechamientos, inercia de las válvulas, etc., sino que no hemos tenido en cuenta una circunstancia importantísima. La temperatura del aire al comprimirse se eleva, y su tensión, y el trabajo resistente que desarrolla, son muy superiores á los que hemos supuesto fundándonos en la ley de Mariotte.

Si al calcular el trabajo resistente del aire, en vez de partir de la fórmula

$$\frac{p}{P} = \frac{v}{V}, \quad (\text{pág. 54}),$$

hubiéramos partido de la expresion

$$\frac{p}{P} = \left(\frac{v}{V} \right)^k,$$

en la cual $k=1,41$ representa la relacion de la *capacidad calorífica del aire bajo presion constante* á la *capacidad calorífica bajo volumen constante*, el valor de h se hubiera determinado por la fórmula

$$h = 2H - 2A \cdot \frac{1 - \frac{1}{k}}{k(n - 1)}. \quad (2)$$

La diferencia entre las espresiones (1) y (2) consiste únicamente en el factor que multiplica á 2A.

La segunda de estas espresiones ha sido dada por Mr. P. de la Saint-Robert en una notable memoria, publicada en los Anales de Minas, sobre los compresores de Mont-Cénis.

Fácilmente se deduce este valor de h , teniendo en cuenta el calórico desarrollado por la compresion.

El trabajo resistente del aire al comprimirse es igual á

$$\int p \omega dx.$$

Poniendo por ωdx su igual dv , ó sea la diferencial del volúmen, y por p su valor deducido de $\frac{p}{P} = \left(\frac{V}{V'}\right)^k$, espresion dada por Laplace, y á que se ha llegado tambien, aunque partiendo de principios opuestos, en la teoría moderna del calor, tendremos:

$$\int P \left(\frac{V}{v}\right)^k dv = P V^k \int \frac{dv}{v^k}.$$

Integrando entre el volúmen inicial V y el volúmen final V' , y tomando el trabajo desarrollado con signo positivo, resultará:

$$\begin{aligned} -P V^k \int_V^{V'} \frac{dv}{v^k} &= -P V^k \left[\frac{v^{-k+1}}{-k+1} \right]_V^{V'} \\ &= P V^k \frac{V'^{-k+1} - V^{-k+1}}{k-1} = P V \frac{\left(\frac{V'}{V}\right)^{-k+1} - 1}{k-1} \end{aligned}$$

Finalmente, sustituyendo á la relacion $\frac{V'}{V}$ su igual $\left(\frac{P}{P'}\right)^{\frac{1}{k}} = n^{\frac{1}{k}}$, el trabajo resistente del aire en el periodo de la compresion será:

$$P V \frac{n^{\frac{1}{k}} - 1}{k-1} :$$

ó sustituyendo $P=A \rho$, y $V=\omega h$,

:

Desde el momento en que se abre la válvula de admisión del depósito, la presión es constante é igual á $p n A$. Para obtener el trabajo resistente en este periodo, basta determinar el camino recorrido por la columna líquida bajo dicha presión $p n A$.

Poniendo en la ecuación general $\frac{p}{P} = \left(\frac{V}{v}\right)^k$ por P y V la presión $p A$, y el volumen ωh del aire al comenzar la compresión, y por p su presión $p n A$ al abrirse la válvula del depósito, el valor que obtengamos para v dividido por ω nos dará el camino recorrido por la columna líquida en este periodo.

Tendremos, pues, $\frac{p n A}{p A} = \left(\frac{\omega h}{v}\right)^k$, ó bien $\frac{v}{\omega} = h \frac{1 - \frac{1}{k}}{n}$: de donde se deduce el trabajo resistente

$$\rho \omega h \left(H - \frac{h}{2} \right) + \rho \omega A h,$$

al trabajo del aire

$$\rho h \omega A n \left(H - \frac{h}{2} \right) + \rho A \omega h \frac{n}{k-1} \left(1 - \frac{1}{k} \right),$$

y dividiendo por $\rho \omega h$, obtendremos por último,

$$H - \frac{h}{2} = A \left(n \left(1 - \frac{1}{k} \right) + \frac{n}{k-1} \right) = A k \frac{n}{k-1} \left(1 - \frac{1}{k} \right),$$

de donde se deduce inmediatamente para h el valor dado por la ecuación (2).

Partiendo de la ecuación $\frac{p}{P} = \left(\frac{V}{v}\right)^k$ pueden repetirse