de què vendràn 196? y ſaldrà al cociente, haciendo la operacion 94. años, y $\frac{2}{25}$ abos, que ſon los que tenia. La prueba es, ſacar de los años dichos las partes dichas, y juntar mas quatro años, y haràn los 200. que reſpondiò tenia.

*Exemplo 2.* A un Maeſtro le preguntaron, quantos diſcipulos tenia en ſu Eſcuela? Y reſpondiò, que ſi al numero de los que al preſente avia añadieſſen otro tanto, y mitad, tercio, y quarto del miſmo numero, y quatro mas, ſerian 300. Quantos diſcipulos tenia? El numero que tiene las partes, es el 12. que ſerà el ſupueſto. Saqueſe dèl las partes que ſe pide de los quebrados, que ſeràn 4. 6. 3. y dobleſe el 12. ſon 24 que ſumado todo, ſon 37. y eſte es el partidor. Reſteſe de los 300. los 4. que dice ſe añadan, y quedan 296. Hecho eſto, digaſe por regla de 3. Si 37. vienen de 12, de donde vendràn 296? Sigaſe la regla, y ſale al cociente 96. y tantos diſcipulos tenia. Pues ſi ſe doblan, y ſe ſaca las partes que dice, y ſe añaden 4. hace toda la ſumma los 300. que reſpondiò, como eſtà figurado.

| | |
|---|---|
| 12 | |
| —— | 96 doblo—— |
| 6 | 96 |
| 4 | 48 |
| 3 | 32 |
| 24 | 24 |
| —— | 4 |
| 37 | —————— |
| | 300 |

*Exemplo 3.* Pedro fue à un Molino à moler 600. hanegas de trigo, el qual tenia 5. piedras. La una piedra en 1. hora muele 8. hanegas. La ſegunda 6. La tercera muele 5. La quarta 3. La 5. 1. hanega. Si todas muelen à un tiempo, què horas tardaràn en moler las 600. hanegas, y quantas cada piedra? Supongaſe, que todo el trigo ſe molerà en 4. horas. Pues multiplico eſte numero ſupueſto, por las hanegas que muele cada piedra, y es la primera multiplicacion ſu producto 32. La ſegunda 24. La tercera 20. La quarta 12. y la quinta 4. Sumenſe eſtas cinco multiplicaciones, ſon 92. Pues porque avian de ſer las 600. digaſe por regla de 3. Si 92. ſon venidas de 4. de què vendràn 600? y ſiguiendo la regla, ſale al cociente 26. y $\frac{2}{23}$ abos de hora, y en tanto tiempo moleràn las 5. piedras las 600. hanegas.

Para

Para ſaber las hanegas que cada piedra ha molido, multipliqueſe los 26. y $\frac{2}{23}$ abos, por las hanegas, que cada una muele en un hora, y ſale à la primera 208. y $\frac{16}{23}$ abos. A la ſegunda 156. y $\frac{21}{23}$ abos. A la tercera 130. y $\frac{10}{23}$ abos. A la quarta 78. y $\frac{6}{23}$ abos. A la quin a 26. y $\frac{2}{23}$ abos; que ſumadas las cinco partidas, hacen las 600. hanegas.

### *Regla de ſupoſicion compueſta, ù de dos falſas ſupoſiciones.*

ESta es mucho mas univerſal que la referida, pues por ella ſe pueden reſolver, no ſolo las queſtiones antecedentes de una ſimple poſicion, ſino de dos, y tres poſiciones, y otras muchas, que no tienen lugar en la ſimple poſicion. Y antes que ſe paſſe à explicar la regla, es meneſter tener ſabido, que ay dos ſeñales; la una es eſta ✠ que ſignifica *mas, ò ſumma*; el otro es una raya, como eſta — que ſignifica *menos, reſta*: conocidos eſtos dos caractères, para uſar de ellos, ſe tendrà en la memoria eſta proteſta. *Mas* con *mas*, y *menos* con *menos*, *reſta*, *y trocaràs los frenos, ſumando el mas, ſi viene con el menos.*

Entendido bien eſto, para que ſe ſepa uſar de ellos en la forma que vinieren en la operacion de las ſupoſiciones, pondrè algunos exemplos, en que ſe exerciten.

*Exemplo* 1. Pedro comprò 400. hanegas de cebada, y 800. hanegas de trigo en 20000. reales todo, y le preguntaron à como le coſtò cada hanega? y reſpondiò, que no lo ſabia: mas ſe acordaba, que la hanega de trigo le avia coſtado el 10. por 100. mas que la hanega de cebada. Preguntaſe el precio de cada una.

Supongaſe por primera poſicion, que le coſtò la cebada à 20. reales. Multiplico las 400. hanegas por 20. ſon 8000. y las 800. de trigo por 22. reales, ſon 17600. Sumenſe eſtos dos productos, ſon 25600. y porque havian de ſer 20000. reſtenſe, y quedan 5600. mas; pues pongaſe por primera poſicion 20. mas 5600. Hecho eſto, ſupongaſe otro numero mayor, ò menor, el que ſe quiere, y ſea aora el 10. y digo, que la cebada me coſtò à 10. reales, y porque el diezmo de 10. es uno; ſupongo, que el trigo

20 † 5600 ——— 56000
X
10 ——— 7200 ——— 144000

128000. ——— 200000

2000
020
8
128

15 $\frac{5}{8}$

costaria 11. multiplico las 400. por 10. y las 800. por 11. seràn los dos productos 12800. Restense de los 20000. y quedan 7200. menos; pues pongase por segunda posicion 10. menos 7200. Multipliquese en Cruz, y sale los productos 56000. y 144000. Y porque en las posiciones ay mas y menos, sumense las quatro lineas, y serà las dos primeras 200000 y la segunda 12800. Partase por esta, quitando de cada una los dos ceros primeros, y sale al cociente 15 $\frac{5}{8}$ abreviado el quebrado, y este el precio de la cebada. Para saber el precio del trigo, saquese el diezmo de los 15 $\frac{5}{8}$ y añadase à èl, y seràn 17 $\frac{3}{16}$ precio del trigo. La prueba es, multiplicar las 400. hanegas de cebada por 15 $\frac{5}{8}$ que vale cada una, y monta 6250. Y las 800. de trigo por 17 $\frac{1}{36}$ montan 13750. que sumadas ambas partidas, hacen los 20000. que costaron todas.

*Exemplo* 2. Uno comprò 60. libras de clavos, 80. de canela, y 90. de pimienta, todas en 12000. reales, y no sabe el precio de cada libra; mas se acuerda, que la libra de clavos costò dos tercios mas, que la libra de canela, y la libra de pimienta costò $\frac{1}{3}$ menos que la libra de canela. Pidese à como costò la libra de cada cosa. Supongo por primera posicion, que las 80. libras de canela costò à 60. rs. cada una: saquese los dos tercios de 60. son 40. sumados cõ 60. son 100. precio de los clavos. Resto el un tercio de los 60. quedan 40. precio de la pimienta. Multiplico cada precio de los dichos por sus libras, y vienen 600. 4800. 3600. Sumado todo, son 14400. Y porque quisiera fueran 12000. pongo por primera posicion 60. mas 2400.

```
60 + 2400    72000
   X
60 — 4800    288000
———————————————————
    7200 | 360000

 36000
   000
72
———————————
    50
```

Para la segunda posicion, supongo, que comprè 80. libras de canela à 30. reales. Saco los dos tercios de 30. son 20. Sumados con los 30. son 50. que costò los clavos; baxo el tercio de los 30. son 20. precio de la pimienta. Multiplico las 60. libras de clavos por los 50. que se supone costò; y las 8. libras de canela por 30. y las 90. de pimienta por 20. y son los tres productos 7200. Y porque avian de ser 12000. pongo por segunda posicion 30. menos 4800. Multiplico en Cruz las dos posiciones; y porque es mas, y menos, summo, y parto los 360000. à los 7200. y sale al cociente 50. que es el precio de la libra de canela; y añadiendole sus dos tercios, son 83. y un tercio, precio de la libra de clavos; y baxando el tercio de los 50. quedan 33. y tercio, precio de la pimienta. La prueba es, multiplico las 60. libras de clavos por 83. y tercio, hacen 5000. y las 80. libras de canela por 50. producen 4000. y las 90. libras de pimienta por 33. y tercio, montan 3000. que todas tres partidas, suman los 12000. reales, que costò todo.

*Exemplo* 3. Uno comprò en 20. reales 20. varas de cintas unas à 3. reales; otras à 2. y otras à quartillo. Preguntase, quantas varas comprò à 3. reales, quantas à 2. y quantas à quartillo?

Supongo comprò à 3. reales 4. varas, son 12. reales. Resto las 4. varas de 20. quedan 16. Divido este 16. en dos numeros, tales, que multiplicado el uno por dos, y el otro por un quartillo, hagan 8. para que sumado con los otros 12. sean los 20. Aora, para hallarle, formo dos posiciones. En la primera, supongo, que comprè 12. varas por un quartillo, y producen 3. reales; y las quatro que quedan las comprè à 2. reales, son 8. sumados con los 3. hacen 11. Y porque avian de ser 8. pongo por

21 † 3 42
14 —— , 6
$\frac{1}{2}$
——————
3 $\frac{1}{2}$ —— 48

por primera poſicion 12. mas 3. Para la ſegunda poſicion tomo el 14. y digo, que comprè 14. à quartillo, ſon 3. y medio; y las otras dos varas las comprè à 2. reales, ſumados con los 3. y medio, hacen 7. y medio. Y porque avian de ſer 8. pongo por ſegunda poſicion 14. menos medio. Sigaſe la regla, multiplicando en Cruz, y ſumando, como en la antecedente, la una ſumma ſon 48. la otra 3. y medio; y hecha la particion de 48. à 3. y medio, ſale al cociente 13. y cinco ſeptimos, que ſon las que comprò à quartillo, y montan 3. y tres ſeptimos; y las 2. varas y media que ſe reſtan haſta las 8 multiplicadas por 2. reales, hacen 4. y, quatro ſeptimos, que ſumadas eſtas dos partidas con los 12. hacen los 20. reales, que coſtaron las veinte varas.

## CAPITULO XV.

### *Que explica què es quantidad, y proporcion, y ſus diferencias?*

DOS diferencias ay de quantidades, ſegun ſentir de los Mathematicos; la una es, quantidad continua; y la otra diſcreta: la continua es, la que ſe llama grandeza, que ſe exercita en la Geometrìa, y Aſtronomìa, con ſus tres dimenſiones, linea, ſuperficie, y cuerpo, de que eſtà compueſta. La quantidad diſcreta, es la que contiene los numeros; y porque ſus partes no eſtàn ſujetas à ſolo un termino, ſino à muchos, diferentes, como 4. 6. 5. 8. 9. que cada numero conſta de unidades diſtintas, difieren entre si una cantidad de otra, pues la continua es finita, y ſe acaba ſu aumento, mas ſu diminucion es infinita, por razon de que ſe puede dàr un cuerpo, ò grandeza, que no le aya mayor, y no ſe podrà dàr linea que no ſe halle otra menor; de modo, que eſta quantidad, en quanto al modo mayor tiene fin, y en el modo menor no tiene fin, ni termino. Al contrario de la quantidad diſcreta, pues ſu diminucion



cion

cion es finita, porque no se puede dàr numero menor que el 2: y su aumento es infinito, pues no se darà numero, por grande que sea, que no se pueda dàr, y proponer otro mayor, como dice Euclides en la peticion 3. del 7. libro; pues qualquier numero propuesto se puede hacer mayor, solo añadiendole una unidad, ù otro qualquier numero. Y si alguna cosa ay que no tenga fin en lo que se trata, es el numero, porque en su aumento no le tiene, mas en su diminucion se le halla.

La quantidad continua tiene entre sì dos contrariedades opuestas; una es, que la grandeza de la tierra no se mueve, de la qual trata la Geometria. La otra grandeza se mueve, que es las Esferas de los Cielos, y de esta trata la Astronomia, declarando su continuo movimiento en sus operaciones.

*Dicese què es proporcion, y sus diferencias?*

Proporcion, es el respeto, y comparacion que se halla entre dos cantidades de una misma naturaleza, siempre que es comparada en su misma quantidad, como linea à linea, superficie à superficie, cuerpo à cuerpo, que son las tres dimensiones, de que es compuesta la quantidad continua, como se ha dicho; y como el numero à numero, de que es compuesta la quantidad discreta, y en tal caso son de una naturaleza las cantidades, quando la menor, multiplicada por otra mayor, pueda exceder à la mayor.

Las proporciones se dividen, ò reducen à tres principales, diferentes unas de otras, que son, proporcion Arithmetica, proporcion Geometrica, y proporcion Harmonica, ò Musica. Estas tienen diversos sugetos à quien atender; porque la proporcion Arithmetica en igual excesso tiene su respeto, y diferencia en sus operaciones numericas, cuyo principio es la unidad, y el fin ninguno; la qual se divide en numeros desiguales, simples, proporcionales, y compuestos, y en otros diferentes, y en particular, quando son los numeros discretos, pues siempre avrà proporcion determinada en ellos.

La proporcion Geometrica tiene su respeto siempre en igual multiplicacion à las tres partes de que se compone, que como se ha dicho, son linea, superficie, y cuerpo, teniendo entre sì esta quantidad continua una propiedad singular, que la linea por

mas

mas que la quieran multiplicar, jamàs excederà à la superficie; y por muchas veces que multipliquen à la superficie, no excederà à su cuerpo solido, por ser, como son, diferentes generos, y naturalezas; por cuya razon no se halla entre estas proporcion racional. La Musica tiene su fundamento en la quantidad discreta, pues se considera en ella los numeros acomodados al sonido, que ha de causar en los Instrumentos, la qual se divide en tres partes, que son, Harmonica, Rithmica, y Metrica; la Harmonica, la exercitan los Cantores La Organica, pertenece à los Organistas, y Ministriles de Flautas, y otras cosas. La Rithmica toca à los Tañedores de Instrumentos, que necessitan de cuerdas para executar en ellos la Musica, que informa à los oìdos lo bien dispuesto, y ordenado de sus proporciones.

### *Division de la proporcion Geomètrica.*

DIvidese la proporcion Geometrica en dos especies, proporcion de igualdad, y proporcion de desigualdadro. Pporcion de igualdad se llama, quando dos cantidades se comparan, que son de numeros iguales, y de una misma naturaleza, como 4. con 4. 6. con 6. porque su denominacion es la unidad; esto es, que partiendo el antecedente à su consequente, que es à quien se compara, sea puramente uno, y no tiene otra determinacion, pues no se puede dividir en otras partes.

### *Segunda division de la proporcion racional.*

SE divide la proporcion de desigualdad en dos especies, en proporcion de mayor desigualdad, y en proporcion de menor desigualdad. Llamase proporcion de mayor desigualdad, quando se comparan dos quantidades de numeros de una naturaleza misma; y que la menor se compara con la mayor, como si se compara 4. con 6. 6. con 9. y 20. con 30. y assi otros. El genero, y modo que comprehende la mayor, y menor proporcion de desigualdad, se divide en racional, è irracional: solo hablarè de la proporcion racional, y de sus especies, por tener la unidad con todos los numeros, como fuente de todos ellos.

A cinco generos se reducen las proporciones racionales. La primera, se llama Multiplex. La segunda, Superparticular. La tercera, Superpartiens. La quarta, Multiplex superparticular; y la quinta, Multiplex superpartiens, que se explicarà cada una de por sì.

*Dicese del Multiplex.*

QUando el numero mayor contiene en sì al menor numero muchas veces enteramente, como partiendo el mayor por el menor, no queda nada; como si 8. se comparan à 4. y 12. à 4. partiendo el mayor al menor, lo que sale al cociente, dirà la denominacion de la proporcion; pues si se parten 8. à los 4. vienen 2. pues esta proporcion es dupla; y los 12. partidos à los 4. sale al cociente 3. que es tripla proporcion; y de 20. à 5. es proporcion quadrupla, y assi en todas las semejantes.

*Segunda proporcion Superparticular.*

PRoporcion Superparticular, es quando el mayor numero contiene al numero menor sola una vez, y una sola parte del numero menor, como de 6. à 4. pues se conoce, que el 4. cabe vez, y media en el 6. y esta es proporcion Sexquialtera; y la misma se llama de 3. à 2. y de 4. à 3. es Sexquitercia; pues si se parte 4. por 3. viene uno, y tercio; y si se parte 5. por 4. vendrà uno, y quarto, y serà proporcion Sexquiquarta; porque siempre al principio de nombrar el numero, se ha de decir Sexqui, y despues se dice el numero menor que se hallare.

*Tercero, Superpartiens.*

QUando el numero mayor contiene al menor una vez, y algunas partes del numero menor, que no hagan parte alicota, como partiendo 5. à 3. saldrà uno, y dos tercios, que es una vez entera, y dos partes del numero menor; la qual proporcion se llama Superbipartiens tercias: y de 7. à 4. se llama Supertripartiens quartas: de 11. à 7. se dice proporcion superquadripartiens septimas; porque partidos los 11. à los 7. salean entero, y mas 4. septimas partes, y 22. partidos à 7. sale al cociente 3. y un septimo, y esta se llama tripla sexquiseptima.

*Quarto Multiplex superparticular.*

SIempre que el numero mayor contiene al menor mas que una vez, y mas una sola parte del numero menor. Pongo por Exemplo: Si un numero contiene à otro numero dos veces, y media, ù tres veces, y media, ù cinco veces, y media, ù dos veces, y un tercio, ù tres veces, y un tercio, ù tres veces, y un quarto, y assi otros; como de 5. à 2. què proporcion ay? partase el 5. à 2. salen dos, y medio; esta es proporcion dupla sexquialtera, porque contiene el 5. dos veces, y media al dos: de 10. à 3. es proporcion tripla sexquitercia, porque los 10. partidos à los 3. salen 3. que es el triplo, y sobrò un tercio, que es la sexquitercia, y assi se harà con otros numeros diferentes.

*Dicese el quinto, y ultimo Multiplex superpartiens.*

QUando el numero mayor contiene al menor mas que una vez, y mas de una sola parte del numero menor, como partiendo 8. à 3. vend à dos, y dos tercios, y serà proporcion dupla superbipartiens tercias; porque el principio del nombre en estos casos, se toma del entero del cociente el medio siempre super, y luego se dice, y nombra lo que sobra con partiens, diciendo despues el numero menor, y lo mismo se harà en los quebrados partiendo el mayor al menor, y el cociente dirà la proporcion en que se halla, como tres quartos à dos tercios, en què proporcion està? partanse los tres quartos à dos tercios, sale un entero, y un octavo, y serà sexquioctava del segundo genero superparticular.

Las proporciones son iguales, quando tienen igual denominacion mayor, en el caso de que sea mayor, y menor: quando menor. Pongo Exemplo: una proporcion quadrupla, es mayor que una tripla, porque la denominacion de la quadrupla es quatro, y de la tripla es tres, y la quinta mayor que la quadrupla, y assi en las demàs proporciones se conocerà el excesso, y mayoria que tienen las unas à las otras, por lo que và explicado.

*Hallar un medio Geometrico entre dos extremos.*

MEdio Geometrico, es, el que estando entre dos extremos constituye con el uno, la misma razon que el otro con-y las diferencias guardan la misma razon. Pongo Exemplo: En estos numeros 2. 4. 8. el quatro es medio Geometrico; porque la misma razon que aqui es subdupla, ay del 4. al 8. que del 2. al 4. y las diferencias 2. y 4. tienen assimismo la misma razon dupla, y en estos numeros 80. 20. 5. el 20. es medio Geometrico, por tener la misma razon con el 5. que el 80. con el 20. como tambien las diferencias 60. y 15. guardan la misma razon, el qual se llama medio proporcional, por ser los otros impropios; y si ay muchos medios entre dos extremos, la razon de unos à otros es la misma; de modo, que el medio, ò medios Geometricos, constituyen muchos terminos continuamente proporcionales.

El medio Geometrico se halla entre dos extremos, multiplicando los dos numeros dados entre sì, y sacando la raìz quadrada del producto, y lo que sale por raìz, es el medio Geometrico, como si entre 8. y 32. se ha de hallar un medio proporcional; pues multiplico el 8. por 32. hacen 256. Saco la raìz quadrada de estos, y sale por raìz 16. que es el medio que se busca; y para hallar el medio Geometrico entre 64. y 9. multipliquense uno por otro, hacen 576. Saquese la raìz quadrada, y sale por raìz 24. que es el medio proporcional; y si del producto no se puede sacar raìz quadrada, no avrà medio alguno proporcional entre los numeros señalados; porque para que entre dos numeros pueda aver un medio proporcional, es necessario que sean quadrados, ò planos semejantes.

### *Hallar dos medios Geometricos entre dos extremos.*

Queriendo hallar dos medios Geometricos entre dos extremos, se ha de multiplicar por sì mismo el numero del extremo menor, y lo que procede se multiplica por el numero del extremo mayor, y de su multiplicacion saquese la raiz cubica, y lo que sale por raìz es el numero, ò extremo, ò medio mayor que se pide. Pongo Exemplo: El medio menor tiene 16. pues multiplicolos por sì mismos, producen 256. multiplico estos por el dos del extremo menor, y producen 512. saquese la raìz cubica de estos, y seràn 8. y este es el un medio. Para hallar el otro medio, multiplico el extremo menor 2. por sì mismo, seràn 4. y estos multiplicados por los 16. del extremo

ma-

mayor, producen 64. Saquese la raiz cubica de estos 64. y seràn 4. y este es el medio menor, y vendràn los numeros assi: 2. 4. 8. 16. que estàn en proporcion subdupla, y son tres proporciones, de 2. à 4. de 4. à 8. de 8. à 16.

### *Dados dos numeros, hallar un medio Arithmetico.*

LLamase medio Arithmetico al que constituye con los extremos una tal proporcion; de modo, que la diferencia del medio à los extremos sea igual. Pongo Exemplo: En estos numeros 4. 7. 10. el 7. es medio Arithmetico, porque la diferencia de 4. à 7. son 3. y la diferencia de 7. à 10. tambien son otros 3. y assimismo estos tres numeros 30. 20. 10. estàn en proporcion Arithmetica, y el 20. es el medio, porque de 30. à 20. ay 10. y de 20. à 10. ay otros 10. porque en el medio Arithmetico, ò media proporcional, las diferencias tienen entre sì razon de igualdad. Pongo Exemplo: Se ha de hallar el medio Arithmetico, que tambien se llama la media proporcional entre 24. y 36. sumense, y seràn 60. Tomese la mitad 30. y es el medio que se busca, y formaràn la proporcion Arithmetica 23. 30. 36. y assi se vè claro, que de 24. à 30. ay 6 y los mismos 6. ay desde 30. à 36. Tambien, si entre 15. y 24. se ha de hallar un medio Arithmetico, sumando los dos numeros, son 39. cuya mitad serà 19. y medio; mas si el dicho medio se ha de buscar en numeros enteros, entonces se dirà, que entre 15. y 24. no puede aver medio Arithmetico, porque la summa 39. no tiene mitad entera.

El mismo medio Arithmetico se puede hallar de otro modo, restando el extremo menor del mayor, y añadiendo la mitad de la diferencia al extremo menor, y sumada con èl, serà el medio Arithmetico. Pongo Exemplo: Entre 4. y 8. dàr el medio Arithmetico, restese el 8. del 4. quedan 4. Añadase à este la mitad del 4. que es 2. y seràn 6. que es el medio que se pide.

Mas este modo no se puede practicar, porque no es regla general en todos los numeros, como lo manifiestan estos guarismos. Entre 30. y 20. qual el medio Arithmetico? Si se hace la operacion, como se ha dicho, restando de 30. los 20. quedan 10. y la mitad de los 20. del menor extremo son 10. que sumados

dos con los 10. de la resta, hacen 20. con que es necessario sacar la mitad de la diferencia 10. que son 5. y sumarlos con los 20. y haràn los 25. que es el medio que se busca; y haciendolo assi, està bien sacado el medio Arithmetico de qualquier numero. Entre 28. y 16. qual es el medio Arithmetico? Restense los 16. de 28. quedan 12. Añadase la mitad de los 12. que es 6. al extremo menor 16. y seràn 22. que es el medio que se pide.

## CAPITULO XVI.

### *Sacar la Raiz quadrada de qualquier numero entero, que conste de tres, ò quatro guarismos, ò mas.*

RAIZ quadrada; es hallar la potencia de un numero, que multiplicado por si mismo, produzca al numero de quien es raiz. Como sacar raiz quadrada del 16. es hallar el 4. el qual multiplicandose à si mismo, produce 16. y de 64. su raiz es 8. porque multiplicandose por si mismo, hace 64. es una especie de division, pero mas dificultosa, porque el partidor, y cociente han de ser iguales, como si el mismo 64. se divide por 8. saldrà al cociente 8. Entendido esto, se ha de saber, que la raiz se divide en dos partes, *discreta*, *è irracional*, *ò sorda*. La discreta, es, quando se saca raiz justa, que no sobra nada: como en 25. que su raiz es 5. y en 36. es 6. justamente, por ser numeros quadrados. La irracional, es, quando el numero, de quien se saca raiz, no es justo en su quadrado, como en 20. que su raiz es 4. y sobran 4. por lo qual se llama raiz irracional, ò sorda.

Queriendo sacar raiz quadrada de este numero 2116. escribase, y luego se pondrà un punto à un guarismo si; y à otro no, començando el primero desde las unidades, àcia la izquierda; y tantos quantos fueren los puntos, tantas seràn las letras que saldrà por raiz; y pues en este exemplo se han puesto

pueſto dos puntos, tantas ſeràn las letras, y han de ſalir en la raiz dos guariſmos, por eſtàr divididos en dos miembros; ſaqueſe la raiz del miembro primero 21. de mano izquierda, buſcando el numero quadrado que ſe contiene, el qual es 4. el que mas ſe aproxima, eſcribaſe à un lado por raiz, y quadreſe, diciendo: 4. por 4. hacen 16. reſtados de 21. quedan 5. pongaſe eſte 5. encima del 21. y quedan

```
  0
 0500
 2116     |46
  . .     ----
  86
```

516. pues para hallar el ſegundo guariſmo que ſe ſigue por raiz del ſegundo punto, ſe doblarà el 4. que ſaliò por raiz, y ſon 8. eſcribaſe entre los dos puntos debaxo del 51. y partanſe los 51. à los 8. y ſale por raiz 6. pongaſe por raiz delante del 4. y eſcribaſe tambien el dicho 6. debaxo del ultimo punto de las unidades, y ſerà el partidor 86. de los 516. pues multipliqueſe el 6. que vino por raiz por los 86. y hacen 516. que reſtados de los numeros ſuperiores, no ſobra nada, y ſerà la raiz verdadera 46. de modo, que el numero propueſto es quadrado racional, porque no ſobra nada; pues ſi ſe multiplican los 46. por sì miſmos, producen los 2116. juſtamente.

*Exemplo 2.* Se ha de ſacar raiz de eſte 89454. pongaſe puntos como en la antecedente, començando el primero en el 4. de las unidades; el ſegundo, en el 4. de los cientos; y el tercero, en el 8. luego ſaqueſe la raiz de 8. buſcando la mas proxima, que ſerà 2. eſcribaſe el 2. por raiz, y quadreſe, diciendo: 2. veces 2. ſon 4. reſtolos del 8. quedan 4. pongaſe ſobre el 8. Para ſacar el ſegundo numero que viene por raiz, ſe ha de doblar el 2. que ſe puſo por raiz, ſeràn 4. eſcribanſe debaxo del 9. el qual ha de ſervir de partidor, y

```
        000
        45353      |299 53
        89454      -------  599
 53     .4.  .
----      58
599
```

digo, que los 49. que tiene encima, les cabe à 9. pongaſe por raiz delante del 2. y multiplicole como ſi fuera cociente, quadrando el 9. ſon 81. ſacados de 84. quedan 3. eſcribo el 3. encima del 4. ultimo, y llevo 8. en la memoria; luego multiplico el dicho 9. por el 4. que ſirve de partidor, ſon 36. y 8. que llevo, ſeràn 44. ſacados de los 49. quedan 5. eſcribole encima del 9: Para hallar el tercer guariſmo, que ha de ponerſe por raiz, ſe doblaràn los 29. y ſeràn 58. eſcribanſe debaxo de los 535. y digaſe: 53. entre 5. cabe à 9. eſcribaſe el 9. por raiz, y multiplico 9. por 9. ſon 81. ſacados de 84. quedan 3. y llevo 8. en la memoria; luego digo: 9. por 8. ſon 72. y 8. que llevo, ſon 80. ſacados de 85. quedan 5. y vàn 8. en la memoria; digo luego: 9. veces 5. hacen 45. y 8. que llevo, ſon 53. à 53. no ay nada, y queda el ultimo reſiduo 53. que es lo que ſobra, por ſer raiz ſorda; pues pongaſe la dicha ſobra ſobre una raya enfrente de la raiz 299. por numerador, y para el denominador ſe doblarà la raiz, y à ſu duplo añadaſe una unidad por regla general, y pongaſe debaxo de los 53. por denominador, pues doblando los 229. y añadiendo la unidad, es el quebrado 53—599. abos, como ſe vè en la formula, aunque no es juſta, porque no es numero diſcreto, ò racional, de quien ſe sacò raiz. La prueba de conocer ſi eſtà bien ſacada, es multiplicar la raiz por sì miſma, y à ſu producto añadir lo que ſobrare, y ha de ſer toda la cantidad de quien ſe ſacò raiz.

Eſte modo de abreviar el quebrado, es el que comunmente traen muchos Autores, como Moya, Pui, Bentallon, Cortès, Corrachàn, y otros, el qual modo es el que menos ſe acerca à la verdad; pero facil, y baſtante para la practica, en coſas que no ſean de mucha importancia; por cuya razon explicarè una regla de aproximar los quebrados que vinieren, mucho mas juſta, que la referida; aunque es evidente, que no ſe podrà hallar la raiz juſta, por mucho que ſe trabaje en aproximarla, por no ſer poſsible, y ſolo ſe lograrà el que ſe acerque mas à la verdadera raiz, ſiempre que ſe hiciere la operacion del exemplo que dirè.

De la cantidad 89564. saliò por raiz 299. y ſobraron 163: pues pongaſe la ſobra à un lado, y por regla general añadanſe dos ceros, y ſeràn 16300. ſaqueſe de eſtos la raiz, ſiendo ſu partidor los 299. doblados, que ſeràn 598. pues partanſe los 16300. por 598. como ſi fuera raiz, y ſale al cociente 2. y ſobraron 4336; pongaſe el 2. delante de la raiz 299. con un punto, para denotar, que es numerador de un quebrado; luego pongaſe debaxo del 2. por denominador un 1. y un cero, por los dos ceros que ſe añadieron quando ſe partiò, y ſerà el quebrado dos 10. abos.

Si ſe quiere aproximar mas, ponganſe los 4336. que ſobraron ſegunda vez, con otros dos ceros en linea, y ſerà toda la cantidad 433600. buelvaſe de eſtos à ſacar la raiz, y el partidor ſerà doblando los 2992. y ſerà ſu duplo 5984. que ſerà el partidor. Partaſe como ſi fuera raiz, y ſale al cociente 7. pongaſe delante del 2. que ſaliò por quebrado, y ſeràn 27. añadaſe al 10. que eſtà por denominador un cero, y ſerà el quebrado 27. cien abos; y ſi ſe quiere aproximar mas, ſiguiendo eſta regla dicha de añadir los dos ceros, ſe puede hacer la operacion quantas veces ſe quiſiere, haſta que quede el quebrado reducido à una mui minima parte; aunque es cierto, como digo, que jamàs ſe podrà hallar la verdadera raiz, por ſer irracional, ò ſorda.

Advierto, que de qualquier numero que ſe ſaque raiz quadrada, nunca ſobrarà tanto como harà, doblando el numero que ſale por raiz, añadiendole una unidad, para eſtàr bien ſacada la cuenta, como dice Euclides en la 9. Propoſicion del libro 6.

Si de qualquier cantidad que ſe ſacaſſe la raiz quadrada diſcreta ſe hicieſſe la prueba, ſi eſtà verdadera, ò no, ſe harà de otra manera que la que ſe ha dicho, aunque no la he viſto executada en Autor alguno, y es en eſta forma. Supongo de una cantidad ſaliò por raiz 278. pues dividaſe la raiz 278. en dos partes; de modo, que hagan las dos diviſiones los 278. pues ſea aora la una 120. y la otra 158. que las dos hacen los 278. Hecho eſto, ~~quadrenſe los 120. y producen 14400.~~ Quadrenſe los 120. y producen 14400. Quadrenſe tambien los 158. y hacen 24964. multiplico los 120. por los 158. y producen 18960. Doblo eſtos 18960. y ſeràn 37920. Sumenſe con las dos partidas de los quadrados, y hacen 77284 Saqueſe la raiz de eſtos, y ſale por raiz los miſmos 278. que multiplicados por sì miſmos producen los 77284. que es la prueba Arithmetica, y la primera es Geometrica.

Tambien por la brevedad ſe puede hacer la prueba, ſacando los nueves, en eſta forma: De los 278. que es la raiz, ſacando los nueves quedan 8. pongole en la cabeza de la Cruz, y debaxo pongo otro 8. y multiplico 8. por 8. ſon 64. ſacados los nueves, queda uno, eſcribole en el brazo de la Cruz, y luego ſaco los nueves de la cantidad 77284. de donde ſe ſacò la raiz, y ſale otro uno, y eſtà bien ſacada la cuenta; y ſi huvieſſe ſobrado algo de la cantidad que ſe ſacare raiz,

 8
1 † 1
 8

ſe añadirà al numero que ſaliere de la multiplicacion del numerosuperior, y inferior de la Cruz, y lo que queda fuera de los nueves, ſe pondrà en el brazo de la Cruz, y en la cantidad ha de ſalir otro ſemejante fuera de los nueves, para eſtàr verdadera la cuenta.

Tambien ſe puede hacer la prueba ſacando los ſietes en la miſma forma. Pues ſaqueſe los ſietes de la raiz 278. que ſe harà ſacando el ſeptimo de ellos, y ſobran 5. pongaſe encima de la Cruz, y otro 5. debaxo, multipliqueſe 5. por 5. ſon 25. ſaquenſe 3. ſietes, y quedan 4. que ſe pondrà en el brazo de la Cruz, y en la cantidad ſacando los ſietes, vendrà otro 4. y eſtà verdadera la cuenta; y ſi huviere ſobrado algo, ſe ceñirà à èl ſacando los ſietes, como en la prueba del nueve.

### *Sacar raìz quadrada de los quebrados.*

QUando ſe ofreciere ſacar raiz quadrada de algun quebrado, ſe reconocerà primero ſi ſe puede ſacar raiz del numerador, y de la miſma forma del denominador, y ſe harà la regla que ſe ha dicho en los enteros, como queriendo ſacar raiz de 16—25. abos; ſaqueſe la raiz de 16. y ſerà 4. y la de 25. ſon 5. pongaſe debaxo del 4. por denominador, y ſeràn 4. quintos lo que ſaliò por raiz, la prueba es multiplicar los 4. quintos por sì miſmos, y producen los 25—16. abos.

Saqueſe la raiz del quebrado 36. 49. abos. Pues de 36. es ſu raiz 6. y la de 49. ſon 7. pongaſe debaxo del 6. y ſerà la raiz que ſale 6. ſeptimos; y del quebrado 4- 100. abos, ſerà ſu raiz quadrada, ſacandola del 4. ſon 2. y la de 100. ſeràn 10. y ſerà ſu raiz 2 diez abos. Si en el quebrado que ſe ofreciere no ſe hallare raiz juſta en el numerador, ni denominador, ù en uno ſolo de qualquiera de ellos, ſeràn numeros ſordos irracionales, que no tienen raiz.

### *Sacar raìz de enteros, y quebaados.*

DE 6. y dos octavos ſaqueſe la raiz, pues reduzcanſe à quebrado, multiplicando el 8. por 6. y añadiendo los dos, ſeràn 50. octavos, y ſe reconoce no tiene los numeros quadrados; pues multipliqueſe el numerador 50. por el denominador 8. y ſeràn 400. Saqueſe la raiz de 400. pues lo tiene juſta, y es ſeñal, que

que el dicho quebrado se puede reducir à terminos quadrados; la qual reduccion se harà trayendole à los minimos terminos, y serà 25. quartos; pues saquese la raiz del numerador 25. seràn 5. y la raiz del denominador 4. son dos, pongase debaxo del 5. y serà la raiz dos, y medio, ù cinco medios, que todo es uno.

### *Sacar raìz quadrado por via de linea.*

Sacar raìz quadrada por via de linea de qualquier numero, es hallar dos guarismos desiguales, que multiplicado uno por otro, haga el numero que se desea. Pongo Exemplo: Se ha de sacar la raiz de 12. pues dividase en dos numeros tales, que multiplicados entre si, hagan 12. como 3. ù 4 que multiplicado hacen 12. y lo mismo es 6. y 2. y si se toman dos lineas, la una de quatro pies de largo, y la otra de tres, y se quiere buscar entre estas dos lineas la media proporcional, que su potencia sea igual à la de el Paralelo grammo, que tuviere el lado mayor 4. y el menor 3. pues para hallar esta linea, juntese la una con la otra, y quedarà hecha una linea de las dos, sobre la qual se harà un semicirculo, de modo, que quede toda la linea por diametro, y desde el punto donde se juntaron las dos lineas, se levantarà una perpendicular que toque en la circunferencia, y esta serà la linea proporcional, y la potencia, de la qual valdrà 12. y serà la raiz del dicho 12. porque multiplicada par sì misma, produciràn justamente los 12. de su quadrado.

Y, si el numero fuesse de modo, que no tenga numeros, que multiplicados entre sì le ajusten, como queriendo sacar raiz de siete, que no se halla en èl dos guarismos, que multiplicados entre sì hagan 7. se tomarà un uno, y el 7. porque una vez 7. son 7. y porque el uno no aumenta, ni diminuye, se ha de añadir un uno al numero, ò linea de que se quiere sacar raiz, y no dos, ni tres, ni otro numero diferente, y obrar con èl como se ha dicho; porque sacar raiz quadrada de qualquier numero, no es otra cosa, que buscar un guarismo que sea medio proporcional entre el tal numero, y la unidad; como la raiz de quatro son 2. pues la misma proporcion que ay de dos à la unidad, ay de quatro al mismo dos, que ambas son duplas, y por esso el dos es medio proporcional entre quatro, y el uno.

## *Aplicacion de la raìz quadrada.*

*Exemplo primero.* UN Capitan General se halla con 9604. Soldados, quiere formar de ellos un Esquadron quadrado; quantos Soldados ha de poner de frente, y quantas filas?

Por la regla dada, saquese la raìz quadrada de los 9604. Soldados, y saldrà por raiz 98. y tantas filas ha de poner de 98. Soldados de frente cada una.

*Exemplo 2.* Un Capitan tiene formados dos Esquadrones quadrados; en el uno tiene 20. Soldados en cada fila; y el otro tiene 30. Quiere formar un Esquadron solo de estos dos Esquadrones dichos; quantos Soldados ha de poner en cada fila? Multipliquese 20. por 20. son 400. Multipliquese 30. por 30. son 900. sumense estos dos productos, son 1300. y tantos Soldados tenia en los dos Esquadrones propuestos. Hecho esto, saquese la raiz de los 1300. como se ha enseñado, y saldrà por raiz 36. y tantas filas pondrà de à 36. Soldados cada una, y sobran quatro Soldados, que no se pueden esquadronar. La prueba es, multiplicar los 36. por 36. y añadir los 4. y salen los 1300 Soldados.

*Exemplo 3.* Un Capitan quiere poner en un Esquadron 2000. Soldados, que estèn en proporcion, como de tres à quatro; quiero decir, que si tiene 3. de frente, tenga 4. de fondo.

Por la regla de 3. se dirà: Si 3. de frente vienen de 4. de fondo; de què vendràn 2000? Sigase la regla, y viene al cociente 2666. y un tercio. No se haga caso del quebrado, y saquese la raiz quadrada de 2666. y vendrà por raiz 51. los quales es el fondo, y sobran 62. Soldados.

Para saber la frente, ordenese otra regla de 3. diciendo: Si 4. de fondo me vienen de 3. de frente, 2000. de què vendràn? Sigase la regla, y viene al cociente 1500. Saquese de estos la raiz quadrada, y sale por raiz 38. y sobran 56. de los quales no se ha de hacer caso; y estos 38. son los Soldados que ha de poner de frente. La prueba es, multiplicar los 51. por 38. y añadir los 62. Soldados, que sobraron, y harà todo su producto los 2000. Soldados.

*Exemplo 4.* Un hueco quadrado de una Ventana tiene por cada lado 4. pies, y el Señor de la Casa quiere que sea otro hueco, co, que por èl entre doblada luz. Pues quadrese el 4. son 16. y porque el quadrado que se pide ha de ser otro tanto, se doblarà el 16. y seràn 32. Saquese la raiz quadrada de 32. y sale por raiz 5. pies, y 7. once abos, que es lo que tendrà cada lado de la ventana.

Otra Ventana en forma de quadrangulo tiene por su lado menor 4. pies, y el mayor 6. se ha de hacer un hueco semejante, que entre por èl tres veces mas luz, pues digase por regla de 3. Si uno dàn tres, que es la proporcion que ha de tener 16. quadrado menor, què tendrà? Sigase la regla, salen 48. saquese la raiz, y seràn 6. y 12-13. abos, que es lo que tendrà el lado menor de hueco; para hallar el lado mayor, digase: Si uno dàn 3. 36. quadrado del 6. què darà? y salen 108. cuya raiz quadrada son 10. pies. y 8- 21. abos, que serà el alto que ha de tener; y siguiendo este modo de disponer esta regla, se resolveràn todas las figuras rectilineas semejantes, para hallar todos los lados, siendo iguales los angulos que se formen.

Advierto, que si se pretende que no entre mas de un tercio de luz mas, se añadirà à los quadrados, y si un quarto, un quarto, ù quinto, y se seguirà con lo añadido las reglas dichas.

## CAPITULO XVII.

### *Del Numero Cubico, y sacar la raiz cubica de qualquier cantidad de pocos, ò muchos guarismos.*

NUMERO cubico es el que procede de la multiplicacion de un quadrado por su raiz, como si el quadrado 16. le multiplicassemos por su raiz 4. sale el cubico 64. y tambien es el producto de un numero puesto tres veces, como estos 4. 4. 4. que multiplicados unos por otros, nace el cubo 64. Raiz cubica es, aquel numero, que se multiplica para producir el cubo.

Pongo exemplo 1. Saquese la raiz cubica de 13824. escribase la cãtidad, y debaxo de la primera cifra de la mano derecha, pon-

gase

gase un punto, y debaxo de la quarta otro: de modo, què entre punto, y punto ha de aver dos cifras; y tantos puntos como se pusieren, tantas letras han de salir por raiz. Despues tirense dos lineas debaxo de la cantidad de que se ha de sacar la raiz, de modo, que aya distancia bastante de una à otra para ir descubriendo el numero raiz. Despues empiecese desde el punto izquierdo, y veáse, què tiene encima, y es 13. cuya raiz es 2. Sientese en el punto, y cubiquese, diciendo: 2. veces 2. son 4. y 4. por 2. son 8. Restense de los 13. quedan 5. Escribanse encima del 13.

0 5
1 3 8 2 4

2

Para hallar el segundo numero, que se ha de escribir por raiz; multiplico el 2. que saliò por raiz por 3. que es triplicarle, son 6. Sientese este 6. debaxo de la raiz 2. luego pongase el 2. raiz con un cero delante, y multipliquese por el numero triplicado 6. es el producto 120. Partanse por 120. los numeros que huviere encima de la cantidad, sin contar el numero que tiene el punto debaxo, que aora son 582. que partidos à los 120. sale al cociente 4.

0 5
1 3 8 2 4

2 4

6

20
6

120

582
120
4

24
6

144
4

576

582
576

006.4.
64

00

Escribase por raiz debaxo del punto ultimo, y no se haga caso aora de lo que sobra. Multiplico los 24. que saliò por raiz por el 6. triplicado, son 144. Buelvanse à multiplicar estos 144. por el 4. que se puso por raiz, son 576. Restense estos de los 582. quedan 6. baxese el 4. ultimo de la cantidad, y pongase se por unidades delante del 6. son 64. Resteſe de eſtos 64. el cubo de 4. que ſon 64. y no queda nada, y ſerà la raiz cubica verdadera 24. La prueba es, multiplicar la raiz por sì miſma, y ſu producto multiplicarle por 24. y vendràn los 13824.

*Exemplo* 2. Quiero ſacar raiz cubica de 33695701. Diſpongaſe como la antecedente, y pongaſe el primer punto en el 1. el ſegundo en la quarta letra, que es el 5. y el tercero punto en la ſeptima, que es el 3. de modo, que quede entre un punto, y otro dos cifras: empieceſe à ſacar raiz de los 33. que ſerà ſu raiz 3. Eſcribaſe, y cubicado, ſon 27. reſtenſe de 33. quedan 6. Para hallar la ſegunda letra que ſe ha de poner por raiz, tripliqueſe el 3. ſeràn 9. eſcribaſe debaxo del miſmo 3. Hecho eſto, pongaſe el 3. raiz, con un cero delante, ſon 30. y multiplicado por el 9. numero triplicado, produce 270. y eſte ha de ſer partidor de las tres letras ſuperiores, que eſtàn antes de llegar à la del punto, que ſon 669. que partidos à los 270. ſale al cociente por raiz 2. Eſcribole debaxo del ſegundo punto. Luego multiplico los 32. raiz por el 9. que es el numero triplicado, y ſeràn 288. multiplico eſtos por el 2. que puſe por raiz, ſerà ſu producto 576. Reſto eſto de los 669. y queda el reſiduo 93. pongo delante de eſtos el 5. que tiene el punto 2. encima, y ſeràn 935. reſto de eſtos 935. el cubo del 2. que ſon 8. y quedan 927. Eſcribanſe encima de la cantidad: de modo, que el 7. de las unidades venga à caer encima del ſegundo punto. Para hallar la tercera letra que ſe ha de eſcribir por raiz, tripliqueſe los 32. que ſe han pueſto por raiz, ſon

```
  0
 06927
33695701      30
  .  .  .      9
             ----
  3  2        270
  9
              32
 669           9
270          ----
              288
```

```
  0
 06927
33695701
  .  .  .
  3  2  2
  9  26              320
                      96
 92770  2          ------
                    1920
 30720.             2880
                   ------
                   30720
```

ſon 96 pongaſe por numero triplicado debaxo del 32. y à los 32. añadaſe un cero, y ſon 320. los quales ſe han de multiplicar por los 96. cuyo producto es 30720. que ſerà partidor de los numeros que tiene ultimos la cantidad, menos el 1. donde eſtà el punto, y ſon 92770. y les cabe à 2. pongaſe por raiz debaxo del punto, y la raiz 322. Multipliqueſe por el numero triplicado 96. ſerà ſu producto 30912. Buelvaſe à multiplicar por raiz 2. y ſon 61824. reſtenſe de los 92770. y queda el reſiduo 30946. baxeſe el 1. que eſtà encima del punto primero, y pongaſe delante de los 30946. y ſeràn 309461. reſteſe de eſtos el cubo del 2. que ſon 8. y quedan 309453. que es lo que ſobra, y ſe avrà acabado de hacer, aviendo ſalido por raiz 322. que multiplicados por sì miſmos, ſon 103684. y eſtos multiplicados por los miſmos 322. ſon 33386248. à los quales añadiendo los 309453. que ſobraron, hacen los 33695701. de que ſe sacò la raiz.

```
       320              322
        96              322
   -------        ---------
      1920              644
      2880             644
   -------             966
     30720        ---------
     30722           103684
   -------              322
     61824        ---------
     92770           207368
   -------          207368
    30046.1.        311052
   --------          309453
          8    --------------
   --------        33695701
     309453    --------------
```

Siempre lo que ſobra de qualquier numero irracional que ſe ſacare ſu raiz, ſe ha de poner ſobre una raya por numerador, como en la referida, que ſobrò 309453. el qual es numerador de un quadrado, y ſu denominador es el triplo del quadrado de toda la raiz 322. y mas el triplo de la miſma raiz; mas una unidad, que hace todo el denominador 311053. y quedarà el quebrado $\frac{309453}{311053}$ abos.

Para que ſe acerque lo mas que ſe pueda à la verdadera raiz, aſsi de eſta, como de otras de numeros irracionales, ſe puede ſeguir la miſma regla, que ſe dixo en la raiz quadrada, de añadir al reſiduo tantos ceros, quantas ſon las unidades del expos ponente de la raiz de que se trata; y asi, al residuo de la raiz quadrada se añadieron dos ceros, por ser su exponente dos; y à la raiz cubica, por ser su exponente 3. Al ultimo residuo se han de añadir tres ceros, y se proseguirà, sacando la raiz cubica siempre que se quisiere hacer la operacion con los residuos; y lo que saliere por raiz, se pondrà delante por numerador de un quebrado, y por denominador tantos ceros, como letras salieron por numerador, con una unidad mas antes de los ceros; y por esta regla se aproximarà mas siempre que se obrare; pero no se hallarà la verdadera raiz, por ser irracional.

Tambien se puede hacer la prueba por el 9. como se hizo en la raiz quadrada; pues hagase una Cruz, y saquense los nueves de la raiz 322. y seràn 7. pongase encima de la Cruz, y abaxo otro 7. cubiquese, y serà su cubo 343. saco los nueves de estos 343. y queda uno, pongase en el brazo de la Cruz; y si sobrasse algo, se unirà à èl, y se sacaràn los nueves, y lo que queda se escribirà en el brazo de la Cruz; y pues sobraron 309453. saquese los nueves uniendo el uno, y quedan 7. pongase en el lado dicho; saquese los nueves de la cantidad, y sale otro 7. como se vè, y està verdadera la cuenta; y si saliere otro numero diferente, no estarà bien hecha la operacion.

| | 7 | |
|---|---|---|
| 1 | † | 7 |
| | 7 | |

*Aplicacion de la raiz cubica.*

UN Cantero vaciò una piedra, para que sirviesse de Algive en que recoger agua llovediza, para que bebiessen los Soldados de una Plaza de Armas, la qual tenia los lados de las tres dimensiones iguales, y no se acordaba el largo que tenia cada lado; mas bien sabia, que los dedos cubicos que avia vaciado de todo el cuerpo cubico, eran 12812904. Preguntase, quantos pies tenia de largo por cada lado el dicho Algive, y quantas arrobas de agua cabia en èl?

Saquese la raiz cubica de los 12812904. por la regla dada, y viene por raiz 234. que son los dedos que tiene cada lado de largo; los quales partidos à 16. que tiene cada pie, sale al cociente 14. pies, y 5-8 abos, y tantos pies tendrà de largo el lado del Algive. Para saber las arrobas de agua, que caben en su capacidad, se han de cubicar los 14. y 5-8 abos, multiplicando-los por sì mismos; cuyo producto serà 213. y 57-64 abos, que bueltos à multiplicar por los 14. y 5-8 abos, que tiene de fondo; producen 3128. pies, y 77-512 abos; los quales, por razon de que en un pie de hueco cabe 46. quartillos de agua, segun se ha hecho la experiencia, se ordenarà una regla de 3. diciendo: Si un pie de hueco se llena con 46. quartillos 3128. 27-512. abos; con quantos se llenarà? Sigase la regla, y salen 143894. quartillos, y 235-251 abos de quartillo, que partidos por 32. quartillos que tiene una arroba, sale al cociente 4496. arrobas, y 22. quartillos, y 234-257 abos de quartillo, que son las arrobas que caben en el dicho Estanque.

*Exemplo* 2. Supongo ay tres bolas; la una tiene un pie de circunferencia; la otra dos; y la tercera tres, y se ha de hacer de las tres bolas una sola; pues cubiquense las circunferencias, cada una de por si, serà la primera 1. la segunda 8. la tercera 27. Sumense los tres cubos, y seràn 36. Saquese la raiz cubica de los 36. y sale por raiz 3. pies, y 9-37 abos, que este quebrado es poco mas que un quarto de pie, ù quatro dedos, y tanto ha de tener de circunferencia la bola, que tenga tanto globo, como las tres propuestas.

Con lo que doy fin à la Arithmetica Inferior, remitiendo al Curioso, que quisiere adelantarse mas, à muchos Autores que han escrito largamente, asi del Arte Menor, como de la Algebra, ò Arte Mayor, con grandes fundamentos.

TRA-

# TRATADO SEGUNDO DE LA GEOMETRIA PRACTICA.

## SE DAN REGLAS PARA FORMAR Figuras Geometricas, y medir su Superficie, y solidèz.

### CAPITVLO PRIMERO.

### *DE LOS PRINCIPIOS DE Geometria, que se llaman Difiniciones.*

AUnque en el Libro, que dì al publico, intitulado Arte nuevo de Escribir, por Preceptos Geometricos, y Reglas Mathematicas trato de las Difiniciones, y Reglas para formar, y medir figuras Geometricas, las explicarè aqui con sus medidas, assi Superficiales, como Cubicas; con otras curiosidades, para que los aficionados à la Geometrie hallen un compendio breve en que poder examinar ; y tomar de èl lo que les pareciere para quando llegue el caso de executar las medidas, que explicarè adelante en el Capitulo que ſe ſigue.

1 La difinicion primera es el punto: Dos ſon las diferencias de puntos: Uno como le conſideran los Mathematicos, y como le pone Euclides, diciendo: Punto es el que no tiene partes, ò cuya parte es ninguna. El otro Punto es como le conſideran los Practicos, que es cauſado con un Compàs, ò ſeñalado con tinta, como el punto A. el qual es, y ſe puede dividir.

Las eſpecies de la Quantidad continua ſon tres: *Linea, Superficie, y Cuerpo, ò Solido.*

2 Linea es vna longitud ſin latitud: *Las lineas ſe dividen en Rectas, Curbas, y Mixtas, ò Compueſtas de unas, y otras.*

3 Los terminos de la linea ſon puntos.

4 Linea Recta es la que igualmente eſtà entre ſus puntos; ò la menor entre dos puntos, y la demueſtra la .B.

5 Superficie es la que tiene ſolamente longitud, y latitud.

6 Los terminos de la ſuperficie ſon lineas.

La Superficie ſe divide en *Plana, y Curba.*

7 Superficie Plana es aquella que eſtà igualmente eſtendida entre ſus extremos, ò à quien por todas partes ſe ajuſta una linea recta, como lo ſeñala la letra F. *figura* 2.

Ay otras Superficies llamadas *Concaba, y Combexa*, ſeñaladas en G. E. *figura* 3.

Solido, ò Cuerpo es una magnitud, que conſta de las tres dimenſiones, Longitud, Latitud, y Profundidad. Porque la linea es una ſola dimenſion: La Superficie dos: El Cuerpo tres: y el Punto ninguna.

8 Angulo Plano, es la inclinacion de dos lineas, que concurren en un punto, y no componen vna linea, como lo ſeñala la H. *figura* 4.

El Angulo, por razon de las lineas que le forman, ſe divide en *Rectilineo, Curbilineo, y Mixtilineo*, como lo ſeñala H. G. F. *figura* 5. *y* 6.

9 Angulo Rectilineo es el que eſtà formado de dos lineas rectas como el Angulo H. Curbilineo, de lineas curvas; y Mixtilineo, de una Recta, y otra Curva; y por razon de la inclinacion

cion, ò abertura de las lineas que le forman, se divide en Recto, Obtuso, y Agudo.

10 Angulo Recto es qualquiera de los que forman una linea con otra, quando concurre en ella que en ambas partes forma los Angulos iguales; y esta linea se llama Perpendicular, como la A. B. que cae sobre la C.D. haciendo los Angulos A. B. C. A. B. D. iguales entre sì, digo, que cada vno de ellos es Angulo Recto, y los dos Angulos de qualquiera linea recta; cayendo sobre otra, hace de una, y otra parte: son llamados de los Geometras Angulos de inceps, el uno respecto de otro, *figura septima.*

11 Angulo Obtuso es el que es mayor que vn Recto, señalado en la Z.

12 Angulo Agudo es el que es menor que vn Recto, señalado en S.

Caiga la linea E. B. sobre la C. D. haciendo dos Angulos, digo, que el Angulo Z. se llama Obtuso, por ser mayor que un Recto, y el Angulo S. se llama Agudo, por ser menor que un Recto.

La medida del Angulo es la porcion de Arco del circulo, que se imagina, descrito del punto del concurso de las lineas, como centro, y se comprehende entre las dos dichas, que forman el Angulo, como si del punto F. se describe qualquier circulo; el arco H. J. serà medida del Angulo J. F. H. y para este, y otros fines le dividen Astronomicamente el circulo en 360. partes iguales, que llaman Grados, y cada vno de estos en 60. minitos primeros, y cada minuto en 60. segundos, y estos en 60. terceros, y assi infinitamente. Y estos Grados son los que determinan el valor, ò magnitud del Angulo, como si el Arco J. H es de 49. grados, y 30. minutos; el Angulo J. F. H. es de 49. grados, y 30. minutos, y assi de los demàs.

Si el Circulo consta de 360. grados, el Semicirculo como la *figura* B. contendrà 180. y la mitad del Semicirculo, ò la quarta parte de èl serà de 90. grados. de que se sigue, que el Angulo Recto consta de 90. grados; y el Angulo Obtuso es de mas de 90. grados, y el Agudo tiene menos de 90. grados.

13 Termino es el estremo de una quantidad.

14 Figura es una quantidad cerrada de uno, ò muchos terminos: La que ha de estàr cerrada por todas partes, y assi el

An-

Angulo no es figura, por no cerrar espacio las lineas que le componen.

15 Circulo, es una Figura plana, contenida de una sola linea llamada Circunferencia, hasta la qual todas las lineas rectas tiradas de un punto de los que estàn dentro son iguales entre sì; como la Figura B. D. C. E. A. *Figura* 8.

16 Este Punto se llama Centro del Circulo, como el Punto A.

17 Diametro del Circulo, es una linea recta, que tirada por el Centro, y de ambas partes terminada en la Circunferencia divide al Circulo en dos partes iguales.

18 Semicirculo, es una Figura contenida del Diametro, y de la mitad de la Circunferencia del Circulo, como la *Figura* B.

19 Porcion de Circulo, es una Figura plana de una linea contenida debaxo de la Circunferencia mayor, ò menor, que Semicirculo, como demuestra la D. Figura 9.

20 Figura Rectilinea, es la que està contenida de lineas rectas.

21 Las Figuras, que estàn contenidas de tres lineas rectas se llaman Trilateras.

22 Las que de quatro Quadrilateras.

23 Las que estàn contenidas de mas de quatro lados; se llaman Multilateras.

24 De las figuras Trilateras, las que tienen todos tres lados iguales entre sì, se llaman Triangulo Equilatero, como la *figura* C. *num.* 10.

25 La que tiene solamente dos lineas iguales entre sì, se llama Triangulo Isosceles, como la *figura* D. *num.* 11.

26 La que tiene todos tres lados desiguales, se llama Triangulo Escaleno, como la *figura* E. *num.* 12.

27 Además, la que tiene un Angulo recto, se llama Triangulo Rectangulo, como la *figura* D. *dicha*.

28 La que tiene un Angulo obtuso, se llama Triangulo Obtusangulo, ù Ambligonio, como la *figura* E. *dicha*.

29 La que tiene todos tres Angulos agudos, se llama Triangulo Acutangulo, ù Oxigonio, como la *figura* C. *dicha*, *num.* 10.

30 De las Figuras Quadrilateras, el quadrado es la que tiene todos sus lados iguales, y todos sus Angulos rectos, como la *figura* Q. *num.* 13.

Quan-

31 Quadrilongo, es una Figura que tiene todos sus Angulos rectos; pero no todos sus lados iguales, *figura* T. *numer.* 14.

32 Rombo, es la que tiene todos sus lados iguales, y ningun Angulo recto, como la *figura* V. *num.* 15.

33 Romboydes, es la que tiene lados, y Angulos opuestos iguales, pero, ni es equilatera, ni equiangula, como la *figura* X. *num.* 16.

34 Fuera de estas quatro, las demàs Figuras Quadrilateras, se llaman Trapecias, como la *figura* Y. *num.* 17.

35 Paralelas, son lineas rectas, que estàn en un mismo Plano alargadas àcia unas, y otras partes, en *infinitum*, no pueden concurrir, como las lineas, A. B. C. D. *num.* 18.

36 Paralelogrammo, es una Figura Quadrilatera, cuyos lados opuestos son Paralelos, como la figura Z. *num.* 19.

37 Quando en un Paralelogrammo se tira el Diametro, y por un punto dèl dos paralelas à los lados, de suerte, que quede dividido en quatro paralelogrammos, los dos por quien passa el Diametro, se llaman *circa diametrum*, y los otros dos se llaman sus Complementos, como en la *figura* A. B. C. D.

### *Peticiones, ò Postulados.*

1 Pidese poder tirar una linea recta de qualquier punto à qualquier punto dado.

2 Alargar una linea recta terminada quanto se quisiere.

3 De qualquier centro, y con qualquier distancia describir un circulo.

### *Axiomas, ò Comunes Sentencias.*

1 Las cosas, que son iguales à una misma, son entre si iguales; de aqui se infiere, que si una cantidad es mayor, ò menor, que una de las iguales, serà tambien mayor, ò menor que la otra, y al contrario.

2 Si à cosas iguales se añaden iguales, los todos seràn iguales.

3 Si de cosas iguales se quitan iguales, los residuos seràn iguales.

4 Si à cosas desiguales se añaden iguales, los todos seràn desiguales.

5 Si de cosas desiguales se quitan iguales, los residuos seràn desiguales.

6 Las cosas que son duplas de una misma, son iguales entre sì, y si una cosa es dupla de una de las iguales, tambien serà dupla de la otra.

7 Las cosas, que son mitades de una misma, son iguales entre sì; y al contrario, si de dos cosas iguales, la una es dupla de alguna, la otra tambien lo serà.

8 Las cosas, que entre sì convienen, son iguales entre sì. Si dos cantidades sobrepuesta, la una à la otra se ajustan entre sì, que ninguna excede à la otra, estas se dicen convenir entre sì.

9 El todo es mayor, que su parte.

10 Dos lineas rectas no pueden tener un Segmento Comun, porque si esto es possible sean A. D. B. y A. D. C. cada una, una linea recta, que tengan el Segmento A. D. comun luego la linea A. D. C. que passa por el centro, serà Diametro, y dividirà la Circunferencia en dos mitades; luego A. B. C. serà la mitad de la Circunferencia, pero tambien la A. D. B. passa por el centro, luego dividirà la Circunferencia, en dos mitades, y serà A. E. C. B. la mitad de la Circunferencia, luego la circunferencia A. E. C. serà igual à la Circunferencia, A. E. C. B. la parte à su todo, lo que no puede ser por el *Axioma 9.*

11 Dos lineas rectas, que concurren en un punto, si ambas se alargan, necessariamente se cortan en aquel Punto.

12 Todos los Angulos rectos, son iguales entre sì.

13 Si una linea recta, cayendo sobre otras dos lineas rectas hace los Angulos internos, y de la misma parte menores que dos rectos, las tales lineas alargadas, infinitamente concurriràn àcia aquella parte donde los Angulos fueren menores, que dos rectos sean las lineas, A. B. C. D. y caygan sobre ellas la linea, E. F. haciendo los Angulos B. E. F. D. E. F. internos, y de la misma parte menores, que dos rectos; digo, que las lineas, A. B. C. D. prolongadas, infinitamente, concurriràn àcia las partes, B. y D.

Dos