THEOREMA SEXTO.
Proposicion Septima.

La Proyeccion, ò Imagen, impressa en la Superficie Diafana de la Seccion, pareçe à la Vista del mismo modo, que el Objecto de quien es Imagen.

CONSTRUCCION.

Figura I.

Estè colocada la Vista en *B.* levantada sobre el Plano, ò Terreno, à la Altura *CB.* Sea tambien dada la Recta *QL*: Y entre la Vista *B*, y la Recta *QL*, estè colocada la Superficie Diafana, ò Seccion *TXEF*, Perpendicular à el Terreno, ò Plano. (1.)

(1.) *Definicion 7.*

DEMONSTRACION.

AVIENDO, pues, de propagar su Especie (2.) la Recta *QL*, por el Espacio (3.) Triangular *QBL*, à la Vista *B*, es necessario, que esta Especie, difundida por este Triangulo Optico *QBL*, penetre la Superficie de la Seccion, y la corte en la Recta *NK*; (4.) la qual serà Proyeccion, ò Imagen de la misma Linea *QL*; (5.) impressa en la Seccion, en virtud de la Especie suya, que passa por dicho Diafano: Pero *NK* se mira debaxo del mismo Angulo *QBL*, que la misma Linea *QL*: Luego (6.) del mismo modo pareçe à la Vista, que la misma Recta *QL*; que es lo propuesto.

(2.) *Suposicion 1.*
(3.) *Definicion 4.*
(4.) *Definicion 10.*
(5.) *Definicion 8.* *Euclides, Proposicion 3. 11.*
(6.) *Suposicion 6.*

De la misma suerte, para que el Quadrilatero *QFEL*, encamine su Especie à la Vista *B*, es necessario, que la tal Especie, difundida por la Pyramide Optica *QFELB*, penetre, y corte el Diafano *TXEF*; con la qual Seccion, y transito, se dexa en el Diafano de aquella Superficie, vn cierto Vestigio, ò Imagen del mismo Plano *QFEL*; esto es, la Figura *FNKE*: Pero esta Imagen se mira debaxo de los mismos Radios Opticos, y debaxo del mismo Angulo Pyramidal, por la Vista *B.* que el mismo Objecto *QFEL*: Luego (por la misma Hypotesi 6.) *FNKE*, Imagen del Plano *QFEL*, del mismo modo pareçe, que el Plano *QFEL*.

Por la misma razon se demuestra, que la Figura *NPMK*, la qual es Imagen, y Proyeccion del Plano *SQLR*, pareçe à la Vista del mismo modo, que el Plano *SQLR*: Y lo mismo se demonstrarà de otras qualesquiera Proyecciones.

COROLARIO PRIMERO.

„DE esta Proposicion se colige, lo que diximos, de el
„Escopo, y fin de la Pintura, ò Perspectiva; el qual
„no es otro, que en vn Plano, ò Superficie, descri-
„bir aquella Figura, ò figurar aquella Imagen, que
„imprimiria en la Seccion (que es el dicho Plano) el Objecto
„Natural, enviando su Especie à la Vista, penetrando la dicha
„Seccion, colocada entre la Vista, y el Objecto.

CO-

COROLARIO SEGUNDO: *Y Aplicacion.*

"SIGUESE tambien, ser absurdo notable, lo que algunos "llaman Figura fuera de la Seccion; pues fuera de la "Seccion no puede aver Pintura alguna; porque el Ob-"jecto, que estuviesse fuera de la Seccion: (Esto es, entre "la Seccion, y la Vista) para enviar su Especie à la Vista, no "avria menester passar por la Seccion; y no passando, no haria "su Proyeccion en ella; y no aviendo Proyeccion, no puede "aver Pintura, ni Perspectiva; porque esta es su Essencia; y, "destruida la Essencia de vna cosa, se destruye la tal cosa; como "quitandole à el Hombre el ser Animal Razional, que es Essen-"cia suya, se destruirà el Hombre. Ademàs de seguirse el ab-"surdo, que se demonstrarà en la Proposicion 10.

COROLARIO TERCERO.

"SIGUESE tambien, que las Lineas Concurrentes pareçen "à la Vista Paralelas, como lo son las del Plano Geome-"trico, de donde proçeden; pues coinciden vnas en "otras: Y lo mismo se hà de entender de las Diagona-"les, por ser tambien Concurrentes à el Punto de la Distancia, "y Paralelas entre sì, en vn Plano Geometrico, compuesto de "diferentes Quadrados Paralelos.

THEOREMA SETIMO. *Proposicion Octava.*

Las Imagenes, ò Proyecciones de todas las Lineas entre sì Paralelas, y Perpendiculares à la Seccion (estèn superiores, ò inferiores à la Vista) concurren en aquèl Punto, en que la Linea, que sale de la Vista Paralela à dichas Perpendiculares, toca, ò penetra la Seccion.

CONSTRUCCION.

Figura 1.

Pat. Tacquet, Optic. Lib. 2. Proposicion 2.

ESTè la Vista en *B*: Su Altura *B C*: La Superficie de la Seccion sea el Diafano *T X E F*: En el Plano Orizontal *S F E R*, estèn las Paralelas *S F*, 10 *D*, *R E*: En el Plano Lateral (levantado sobre el Orizontal) 2 *T S F*, estèn tambien las Paralelas 8 *Z*, 7 5, 6 *j*: En el Plano superior 2 *T X* 3, estèn las Paralelas 2 *T*, 9 4, 3 *X*; todas Perpendiculares à el Plano de la Seccion *T X E F*. Y finalmente, de la Vista *B*, tirese la Linea *B A*, Equidistante, ò Paralela à las antecedentes, que toque la Seccion en *A*. Digo: Que las Imagenes, ò Proyecciones de todas estas Lineas, concurren en el Punto *A*.

*** *** ***

DEMONSTRACION.

TOMESE en el Plano Orizontal la Recta *S F*, que ocurre à la Seccion en *F.* Desde *F*, hasta *A*, tirese la Concurrente *F A*: Y porque las Lineas *B A*,*F S*, por la Hypotesi, son Paralelas, estaràn en vn mismo Plano; à las quales, cortandolas, assi la Concurrente *F A*, como el Radio Optico *S B*, tambien *F A S B*, (1.) estaràn con ellas en el mismo Plano: Luego el Radio Optico *S B*, necessariamente corta en el Punto *P*, à la Recta, ò Concurrente *F A*, tirada en la Seccion: Luego el Punto *S*, haze su Proyeccion en el Punto *P*, de la Recta *F A*: Luego la Recta *F S* (2.) haze tambien su Proyeccion en la Recta *F P*, y viene à ser su Imagen. Pero la *F P*, alargada, viene à concurrir en *A*: Luego la Imagen, ò Proyeccion de la Recta *F S*, alargada, concurre en el Punto *A*. Del mismo modo se demostrarà, que las Imagenes de las demàs Paralelas, Perpendiculares à el Plano de la Seccion, son partes de las Rectas Concurrentes *EA*, *DA*, *ZA*, *GA*, *IA*, *7 A*, *4 A*, *X A*, &c. Las quales proceden de los Puntos, en que las dichas Paralelas ocurren perpendicularmente à las Lineas de la Seccion *F E*, *T F*, *X T*, y se dirigen à el Punto *A*: Luego las Imagenes de todas las Lineas, &c. Que es lo que se avia de demonstrar.

(1.) *Euclides 7. Proposic. 11.*

(2.) *Definicion 10. y 11.*

APLICACION.

Figura 1.

,,ESTA Demonstraciõ nos enseña, que el Punto Principal de la Perspectiva hà de ser vno solo, adonde concurran todas las Lineas, fisicas, ò imaginarias Principales de la Pintura. Con advertẽcia, que las del Plano superior baxan, y las del inferior suben: Solo las que estàn en el mismo Plano, que la Vista, se quedan en la Linea Orizontal, como la 7 5, porque en ella terminan todas: La qual Linea Orizontal debe estar siempre colocada à la Altura del Orizonte Natural: Y assi, es grande absurdo, descubriendose Orizonte en alguna Pintura, poner el Punto de la Perspectiva mas alto, ò mas baxo, que el Orizonte; siendo este el que rige la situacion de la Orizontal.

THEOREMA OCTAVO.
Proposicion Nona.

Las Imagenes de las Paralelas, Perpendiculares à la Seccion, tienen à el Residuo de las Concurrentes la misma proporcion, què las mismas Paralelas à la Distancia de la Vista.

CONS-

CONSTRUCCION.

ESTè en el Pavimento alguna Recta Perpendicular, como *S F*, estampada en la Seccion, en *F P*, parte de la Concurrente *F A*. Desde el Punto de la Distancia *C*, de el Pavimento inferior, tirese la Linea *C D*, Perpendicular; y serà esta la Distancia de la Vista, igual à *B A*, que tirada desde la Vista à la Superficie de la Seccion, sea Paralela à las mismas Perpendiculares. Digo: Que *F P*, es à *P A*, como *S F*, à *C D*, ò à su igual *B A*.

Figura 1.
Tacquet, ibi.

DEMONSTRACION.

PORQUE el Radio Optico *S B*, corta la Concurrente *F A*, en *P*, entre dos Paralelas *B A*, *S F*: Luego *F P*, es à *P A*: (1.) Como *S F*, à *B A*, ò su igual *C D*: Y lo mismo se demonstrarà de las semejantes: Luego las Imagenes de las Paralelas, &c. Que era lo propuesto.

(1.) *Euclides 15. y 29. Prop. 1.*

COROLARIO PRIMERO.

SIGUESE de aquì, que si las Paralelas, Perpendiculares à la Seccion, fueren entre sì iguales; de la Proyeccion de vna, se hallarà facilmente la Proyeccion de todas las de aquel Plano; yà sea el inferior, yà el superior, ò yà los Laterales, como lo muestra la Figura Primera: Pues por ser iguales *L E*, *q F*, hallada la Proyeccion de *L E*, en *E K*, tirando la *K N*, Paralela à el Plano *F E*, se hallarà la Proyeccion de *q F*, en *F N*, donde corta à la Concurrente *F A*.

COROLARIO SEGUNDO.

SIGUESE tambien, que las Imagenes de las Lineas Transversales, ò Paralelas à el Plano de la Seccion, son las Lineas Paralelas à los lados, ò extremidades de dicha Seccion, que vnen los Puntos de la Proyeccion de los Radios procedidos de las extremidades de dichas Lineas: Como las Lineas de los lados del Quadrilongo *G I M P*, en la Seccion, son Paralelas à las de los lados *T X*, *X E*, *E F*, *F T*, de dicha Seccion, por proceder de las del Quadrilongo 2 3 *S R*, tambien Paralelas à la Seccion

COROLARIO TERCERO:
Y Aplicacion.

,, SIGUESE tambien, que hallada la Proyeccion de las
,, Paralelas, Perpendiculares à la Seccion, y de las Trans-
,, versales, se halla tambien la Proyeccion del Paralelo-
,, grammo, dado *S F E R*; pues las Lineas *F P*, *E M*,
,, son Proyecciones de las Paralelas *S F*, *R E*, y las Transversa-

(1.) *Definicion 10. y 11.* ,,Tales *FE, PM*, son tambien Proyecciones de las Transversales *SR, FE*: Con que *FPME*, será Imagen, (1.) ò ,,Proyeccion del Paralelogrammo *SFRE*.

THEOREMA NUEVE.
Proposicion Diez.

Grandezas iguales, desigualmente apartadas en vn mismo Plano, y Paralelas à la Seccion, no pueden formar en ella vna misma, ò igual Proyeccion.

CONSTRUCCION.

Figura 8. SEAN las Grandezas iguales, y Paralelas *BC, EF*: La Seccion *KL*: La Vista en *A*: El Plano *HF*. Digo: Que las Grandezas *BC, EF*, no pueden hazer en la Seccion *KL*, vna misma, ò igual Proyeccion.

DEMONSTRACION.

(1) *Suposicion 8.* *Definicion 4.* (2.) *Scholio.* (3.) *Suposicion 7.*

PORQUE si assi fuesse, enviarian su Especie las dos Lineas *BC, EF*, por vn mismo Triangulo Optico, (1.) como el *AEF*, y passarian los Radios Opticos *AE, AF*, por los Puntos *BC*, de la Grandeza *BC*; pero de esta suerte seria (2.) menor la *BC*, que la *EF*, que es contra lo supuesto: Luego la Grandeza *BC*, no puede enviar su Especie debaxo del Angulo *EAF*: Luego serà debaxo del Angulo *BAC*: Pero este es mayor, que el Angulo *EAF*, su parte: Luego harà la Proyeccion *PL* (3.) mayor, que la *no*, del Triangulo *AEF*: Que es lo propuesto.

SCHOLIO.

Que BC, *seria menor, que* EF, *si los Radios Opticos* AE, AF, *passassen por los Puntos* B, *y* C: *Se demuestra assi:*

(4.) *Euclides 2. Proposic. 6.* (5.) *Euclides 4. Proposic. 6.* (6.) *Euclides 16. Proposi. 5.*

PORQUE en el Triangulo *AEF*, estaria la Linea *BC*, Paralela à la Basa *EF*; (4.) y serian los dos Triangulos *AMD, AEF*, proporcionales: (5.) Con que seria como *AE*, à *EF*; assi *AM*, à *MD*; y, alternando, como *AE*, à *AM*; assi *EF*, à *MD*: (6.) Pero *AE*, es mayor, que *AM*: Luego *EF*, es mayor que *MD*: Luego si los Radios *AE, AF*, passassen por los Puntos *B*, y *C*, de la Linea *BC*, seria esta igual à la *MD*: Esto es, menor que *EF*: Lo qual es contra lo supuesto: Luego, &c.

CO-

COROLARIO PRIMERO.

SIGUESE de aqui, de quanta importancia sea, el observar en vn Quadro historiado la Degradacion de cada Figura, segun su Distancia; pues por moderada que sea la diferencia, termina Angulo de diferente cantidad.

COROLARIO SEGUNDO: Y Aplicacion.

,,SIGUESE lo segundo: Quan grande absurdo sea lo que ,,diximos en el Corolario Segundo de la Proposicion ,,Septima, acerca de lo que algunos, puramente Practi-,,cos, divulgan de la Figura fuera de la Seccion; pues ,,demàs de lo que allì se dixo, se demonstrarà aquì su implica-,,cion. En esta forma:

,, Sea la Seccion KL, y fuera de ella: (Esto es, entre ,,ella, y la Vista A) pongase la Magnitud GH, igual, y Pa-,,ralela à la BC, y en la misma Distancia de la Seccion, que ,,està la BC, de la otra parte. Y porque la GH, no puede ,,estampar en la Seccion su Imagen, encaminandola à el ,,Ojo A, bolvamos el Triangulo Optico àzia dentro de la ,,Seccion, con la misma Distancia en el Punto Y, (que es vno ,,de los efugios, que toman los Autores de este error:) Y ade-,,màs, de que de esta suerte, yà haze su Proyeccion en la Sec-,,cion, y no fuera de ella. Digo: Que es absurdo grandissi-,,mo: (7.) Porque respecto de ser iguales las Distancias, y ,,Alturas de la Vista A, y la Vista Y; y tambien iguales las ,,Grandezas GH, y BC, Basas de los Triangulos; y la Dis-,,tãcia de ellas à la Secciõ, seràn los Triangulos ABC, GHY, ,,iguales entre sì: (8.) Y por estar igualmente distantes de la ,,Seccion, (9.) causaràn en ella vna misma Proyeccion LP; ,,y LP, serà comùn Seccion, y Paralela à la Basa de vno, y ,,otro Triangulo: Pero de esta suerte, podrian Grandezas ,,iguales, en desigual Distancia, causar vna misma Proyeccion, ,,Lo qual no puede ser, estando mas cercana de la Vista la GH: ,,que la BC: (10.) Luego por esta parte, es absurdo gran-,,de el dezir, que se puede pintar Figura alguna fuera de la ,,Seccion.

Figura 8.

(7.) *Dante, super Vignola, Proposicion* 33. *Annot.* 4.

(8.) *Euclides* 38. *Proposi.* 1.

(9.) *Suposicion* 6.

(10.) *Proposicion* 10.

,, Pero si la Pyramide, ò Triangulo, no se buelve àzia ,,dentro, sino que los Radios AG, y AH, de las extremi-,,dades del Objecto GH, se alargan, hasta tocar en la Seccion, ,,en los Puntos P, y L, se siguen, no menores inconvenien-,,tes. El primero: Que resultarà, ser la Proyeccion mayor, que ,,su Objecto. (11.) El segundo: Que el Objecto no serà ,,Basa de la Pyramide Optica, sino la misma Seccion, y Pro-,,yeccion. (12.) El tercero: Que harà su Proyeccion en la ,,Superficie, por la parte posterior, y no por la anterior, que ,,es la que la Vista percibe: (13.) Con que por todos cami-,,nos, es error manifiesto: Salvandose todos estos inconve-,,nientes, con traèr la Seccion mas adelante, y retirar la Vista ,,à proporcion.

(11.) *Schol. Proposi.* 10. *y Suposicion* 10.

(12.) *Definicion* 6.

(13.) *Suposicion* 4. *y* 5.

PROBLEMA SEGUNDO.
Proposicion Onze.

Dada la Proyeccion de vna Magnitud, y dada vna Distancia, hallar en ella la justa Degradacion de otra Magnitud igual à la Figura dada.

CONSTRUCCION.

Figura 9.

SEA la Magnitud dada *B C*: La Distancia, en que se pide la otra Magnitud, sea el Punto *F*, distante de la Linea del Plano *C H*, diez pies. Tirense las Lineas *B A*, *C A*, à qualquiera Punto de la Orizontal; y luego desde el Punto *F*, tirese la Recta indefinida *F E*, Paralela à *C H*, y alarguese, hasta que corte el Radio *C A*, en el Punto *E*. Levantese, pues, la *E D*, Perpendicular à el Plano *C H*, y serà Paralela à la *B C*; y terminada en el Radio *B A*, en el Punto *D*: levantese otra Perpendicular sobre el Punto *F*, igual à *E D*, que serà la *G F*. Digo: Que la *G F*, es la justa Degradacion de la Magnitud, igual à *B C*, en la Distancia *F*.

DEMONSTRACION.

(1.) *Euclides* 2. *Proposic.* 6.
(2.) *Euclides, Corolar.* 1.4. *Proposicion* 6.
(3.) *Euclides* 17. *Proposic.* 5.
(4.) *Euclides, Corolar.* 4. *Proposicion* 5.
(5.) *Euclides* 18. *Propo.* 5.
(6.) *Definicion* 10.
(7.) *Suposicion* 6.

PORQUE el Triangulo *B A C*, està cortado proporcionalmẽte por la Linea *D E*, Paralela à la Basa *B C*: (1.) Y por tãto, el Triangulo *D A E*, serà Proporcional (2.) à el Triangulo *B A C*; (3.) Y assi serà como à *A C*, à *C B*, assi *A E*, à *E D*. Y invirtiendo, (4.) como *B C*, à *C A*; assi *D E*, à *E A*, ò componiendo, como *B A C*, à *C B*, assi *D A E*, à *E D*: (5.) O como *B C*, à *B A C*, assi *D E*, à *D A E*: Pero *B C*, se vè en su justa Proyeccion, debaxo del Angulo, ò Triangulo *B A C*: Luego *D E*, se vè en su justa Proyeccion, (6.) ù Degradacion, debaxo del Angulo *D A E*: Pero el Angulo *A*, es comùn à los dos Triangulos *B A C*, y *D A E*: Luego la Magnitud *D E*, ò su igual *F G*, se mira debaxo del mismo Angulo, que la Magnitud *B C*: Luego (7.) la Magnitud *G F*, pareçerà igual à la *B C*, segun su Distancia: Que es lo propuesto.

COROLARIO PRIMERO.

DE esta Proposicion se sigue, que la Linea Perpendicular de la Seccion, ò qualquiera Paralela à ella, es commensuratriz de todas las Alturas, que se pueden erigir sobre el Plano Orizontal; pues si sobre el Punto *E*, ò *L*, se quiere erigir vna Altura de seis pies, tomados en la Perpendicular *C B*, se infiere, por la preçedente Demonstracion, que la *E D*, y la *L M*, cada qual en su Distancia, constan de seis pies de Altura.

CO-

COROLARIO SEGUNDO.

SIGUESE tambien, que la Linea del Plano, como *CH*, es tambien la conmensuratriz de todas las Superficies, ò Plantas, que pueden ofreçerse en el Plano Orizontal; pues si sobre la Linea *FP*, se pide vna Superficie de dos pies en quadro, tirese desde *A*, hasta *o*, por el Punto *F*, la Linea *Ao*; y desde el Punto *o*, hasta *n*, tomense dos pies de extension; y tirando la Linea *An*, serà la *pF*, tambien de dos pies en su Distancia: Y luego, tirando la Diagonal *fr*, à el Punto *q*, como Punto de Distancia, cortarà la *na*, en *r*; por donde, tirando la *rs*, se hallarà su Quadrado: De cuyos Angulos, levantando Perpendiculares, se puede erigir el Pilar *fG*.

APLICACION.

„ESTA Proposicion nos demuestra el vnico medio, para „acordar vna Pintura, que conste de diferentes Terminos, ò Figuras, en diversas Distancias; como sucede „en vna Historia: Y lo mismo se hà de observar para „otras cosas inanimadas, como Colunas, Pedestales, Edificios, &c. Tomando por Regla vna Magnitud en primer Termino, de aquellas, que se pretenden degradar, como la *BC*; „y tirando las dos Lineas de sus extremidades, à qualquier „Punto de la Orizontal; y luego, señalando el sitio, donde „se quiere levantar la otra Figura, ò Magnitud, hazer lo „que se hà dicho para la *FG*, y se hallarà la justa Degradacion de cada vna, que se buscare: Y esto, aunque estè en „diferente Plano, como la *KY*; pues la Paralela *KL*, và siguiendo el Plano por las mismas Gradas, hasta encontrar la „Linea *CA*, en el Punto *L*, de donde se levanta la Perpendicular *LM*, à quien es igual la *KY*, por la misma Demonstracion, que la *FG*. Y tambien es importantissima para „Figuras en el Ayre, buscando en el Pavimento Orizontal el „Punto, donde caë su Perpendicular, segun su situacion: Y hallado, tirar por èl la Paralela à la Linea del Plano, hasta que „corte la *CA*; y desde allì, obrando como està dicho, se „hallarà su justa Proyeccion, y Magnitud, segun su Distancia.

„Y aunque no aya Pavimento, donde reconoçer el tocamento de su Perpendicular, bastarà elegir en la Linea *CA*, „del Triangulo *BAC*, el Punto, en cuya Distancia se quiere „poner la Figura, como en el Punto *E*; y por èl tirar la indefinita *EF*, Paralela à la Linea del Plano; y desde el sitio „donde se hà de colocar la Figura, dexar caër la Perpendicular *GF*, hasta que corte dicha Linea *EF*, como en el Punto *F*: Y despues, en la *FG*, alargada, tomar vna Magnitud, „igual à la *ED*, en la Altura que se quisiere colocar la Figura; y esta serà la que se busca: Suponiendo, que la *CB*, sea „Magnitud de vna Figura de primer Termino, semejante „à la que se busca. En que es menester advertir, que para Figuras en el Ayre, no es precisso, que el Angulo *A*, del Triangulo *BAC*, estè situado en la Orizontal; pues lo mismo „harà en otro qualquiera Punto, mas alto, ò mas baxo; porque „todo và fundado en la misma Demonstracion. Y assimismo „se puede tomar el Triangulo arriba, y la Figura abaxo,

„guar-

„guardando en todo lo demàs la Practica antecedente: Lo „qual es vnico, è importantissimo medio para la regulacion „de vn Historiado.

THEOREMA DIEZ.
Proposicion Doze.

Si qualquiera Triangulo estuviere puesto entre dos Lineas Paralelas, y de dos Puntos de la Paralela superior, Equidistantes del Angulo Vertical del Triangulo, se tiraren dos Lineas à los Angulos opuestos de la Basa, que corten los lados del Triangulo, la Linea que se tirare por las intersecciones, serà Paralela à la Basa.

CONSTRUCCION.

Fr. Ignat. Dantè; super Vignola; Proposi. 1.

Figura 10.

SEA el Triangulo *A B C*, puesto entre dos Lineas Paralelas *D E*, y *B C*, y de los dos Puntos *D*, y *E*, igualmente distantes de el Punto *A*, Vertice del Triangulo, se tiren las dos Lineas *E B*, y *D C*, à los Angulos opuestos *B*, *C*. Digo: Que si por los Puntos de la interseccion *F*, *G*, se tirare la Recta *M N*, serà Paralela à la Basa *B C*, de dicho Triangulo.

DEMONSTRACION.

(1.) *Euclides 15. Proposic. 1.*

(2.) *Euclides 29. Proposic. 1.*

(3.) *Euclides 4. Proposic. 6.*

(4.) *Euclides 16. Proposi. 5.*

SIENDO Paralelas, por la Suposicion, las dos Lineas *D E*, y *B C*, se seguirà, que los dos Triangulos *E A G*, y *G B C*, (1.) sean Equiangulos, y semejantes; por ser iguales los dos Angulos, que se tocan en el Punto *G*. Y assimismo el Angulo *E A G*, es igual à el Angulo *G C B*; (2.) y el Angulo *A E G*, à el Angulo *G B C*: Por lo qual, los lados que comprehenden estos Angulos iguales, seràn Proporcionales: (3.) Y assi serà *E A*, à *A G*, como es *B C*, à *C G*: (4.) Y permutando, serà *E A*, à *B C*, como es *A G*, à *G C*.

(5.) *Euclides 11. Proposic. 5.*

(6.) *Euclides 2. Proposic. 6.*

Lo mismo se demonstrarà en los dos Triangulos *A D F*, y *B C F*, que sean Equiangulos, y semejantes; y que la *D A*, sea à la *B C*, como es *A F*, à *F B*: Pero *D A*, y *A E*, son iguales: Luego (5.) como es *A E*, à *B C*, assi es *A D*, à la misma *B C*. Y porque *A E*, era à *B C*, como *A G*, à *G C*; tambien *A D*, serà à *B C*, como es *A F*, à *F B*; pero las dos *D A*, y *A E*, son iguales: Luego como es *A E*, à *B C*, serà *A G*, à *G C*, y *A F*, à *F B*: Y consiguientemente serà *A G*, à *G C*, como es *A F*, à *F B*: Luego en el Triangulo (6.) *A B C*, los dos lados *A B*, y *A C*, estaràn cortados, proporcionalmente, en los dos Puntos *F*, y *G*: Luego la Linea *M N*, serà Paralela à la Basa *B C*, del Triangulo *A B C*: Que es lo que se avia de demonstrar.

COROLARIO PRIMERO.

DE aquì se sigue tambien la Conversa: (7.) Que si en qualquiera Triangulo, estando puesto entre dos Paralelas, se tirare vna Linea Paralela à la Basa; y de los dos Angulos de dicha Basa se tiraren dos Lineas Rectas, que passando por las dos intersecciones, opuestas à dichos Angulos, concurran en la Paralela superior, la tocaràn en dos Puntos, Equidistantes del Angulo Vertical de dicho Triangulo. (7.) *Dante, vbi sup. Proposicion 2.* Figura 10.

COROLARIO SEGUNDO.

Siguese tambien, que la Figura, que resulta de las Paralelas FG, BC, *en el Triangulo* BAC, *es vn Quadrado Degradado.*

SEA el Punto Principal *A*, (8.) y los de la Distancia (9.) *E*, y *D*: Y por quãto las Lineas *C G*, *B F*, (10.) concurren en *A*, seràn Paralelas Perspectivas Principales; y tambien porque las *B G*, *C F*, concurren en los Puntos de la Distancia *D*, y *E*; (11.) seràn Concurrentes Secundarias, y Diagonales: Luego la Figura *B F G C*, serà Quadrado Degradado. (8.) *Definicion 14.* (9.) *Definicion 15.* (10.) *Definicion 21.* (11.) *Definicion 22.*

SCHOLIO.

Que los Puntos D, *y* E, *en la Paralela superior, Equidistantes del Punto* A, *sean los Puntos de la Distancia del Quadrado Degradado* BFGC. *Se demuestra assi:*

SEA la Proyeccion de vn Quadrado la Figura *B C F G*: Y si el Punto de la Distancia, para su Degradacion, no es en el Punto *E*; v.g. ò serà antes, como en *H*; ò despues, como en *j*: Y q̃ no sea en *H*, se demuestra, tirãdo la Linea *B H*; la qual, sino passa por el Angulo opuesto *F G C*, sino por el Punto *K*, no serà Diagonal del Quadrado *B G*: Luego el Punto *H*, no serà el Punto de su Distancia: (12.) Pero si passa por el Angulo *F G C*, se seguirà, que las dos Rectas *B E*, *B H*, tengan el segmento *B G* comùn. (13.) Ademàs, que resultan los dos Triangulos *A H G*, *B G C*, Equiangulos, y Proporcionales, (como diximos:) Y assi serà *C G*, à *G A*, como es *B C*, à *A H*: Pero *C G*, era à *G A*, como es *B C* à *A E*: (14.) Luego *B C*, tiene à la *A H*, la misma Proporcion, que à la *A E*: Luego la *A H*, es igual à la *A E*: (15.) La Parte à su Todo; lo que no puede ser: (16.) Luego el Punto de la Distancia del Quadrado Degradado *B G*, no puede ser antes del Punto *E*: Ni tampoco podrà ser despues, como en *j*, por la misma Demonstracion: Luego forçosamente serà en el Punto *E*, ò en su igual *D*: Que es lo propuesto. (12.) *Definicion 16. y 23.* (13.) *Euclides 10. Definicion 1.* (14.) *Proposicion 12.* (15.) *Euclides 9. Proposic. 5.* (16.) *Euclides, Axioma 9. 1.*

COROLARIO TERCERO.

De aquì se sigue, que la Degradacion del Quadrado, es proporcional à su Distancia; y assi, con la menor, es menor; y con la mayor, mayor su Degradacion: Pues como la *CG*, à *AE*, assi *CK*, à *AH* (que es la menor) y assi *CL*, à *Aj*, que es la mayor.

COROLARIO QUARTO.

SIGUESE tambien, que qualquier Paralelogrammo Degradado, queda dividido, por sus Diagonales, en quatro Triangulos iguales; porque aunque esto geometricamente no es cierto, lo es perspectivamente; pues las dos Lineas *AB*, *AC*, son Paralelas (17.) Perspectivas; y assi los lados *FB*, *GC*, perspectivamente son Paralelos; y del mismo modo el lado *FG*, es igual al lado *BC*. Aunque geometricamente solo sean quatro Triangulos Proporcionales, como lo demuestra el Padre Clavio, en la Proposicion 33. del Sexto de los Elementos de Euclides; y se infiere tambien de la presente Demonstracion.

(17.) *Definicion 21.*

APLICACION.

„ESTA Proposicion califica la concurrencia de las Diagonales de los Quadrados Degradados à los Puntos de la Distancia, Equidistantes de el Punto Principal: Y nos dà el Fundamento para la Practica de la Perspectiva, por medio de las dichas Diagonales, sea vno, ò sean dos los Puntos de la Distancia: Cuya Regla conforma con la Degradacion hallada por medio de la Linea Perpendicular de la Seccion; como lo nota Fr. Ignacio Dante, en el lugar citado, y el Vignola, en su Perspectiva; y como se demonstrarà en la Proposicion 18.

THEOREMA ONZE.
Proposicion Treze.

Dante, vbi suprà, Proposicion 4.

Si dadas dos Lineas Paralelas, se dividiere la vna de ellas en qualesquier partes iguales; y de las tales divisiones, se tiraren Lineas Rectas à vn Punto de la otra Paralela: Y despues, tomadas en la primera Paralela otras tantas partes à el otro lado, iguales à las primeras, se tiraren de ellas otras tantas Lineas, à otro Punto de la segunda Paralela; de suerte, que corten todas las primeras Lineas; las Rectas, que se tiraren por las comunes Secciones, seràn Paralelas entre sì, y à las dos primeras.

*** *** *** *** ***

CONS-

CONSTRUCCION.

SEA la primera Linea Paralela IF, dividida en tres partes iguales, en los Puntos A, D, E, F; y de los tales Puntos, se tiren quatro Lineas à el Punto B, de la segunda Paralela TC: Despues, tomando la parte IA, igual à la AF, dividida tambien en otras tres partes, iguales à las primeras, en los Puntos I, H, G, A, de ellos, se tiraràn otras quatro Lineas à qualquiera Punto, como C, en la parte opuesta de la segunda, que corten à las quatro primeras: Y despues, por las comunes Secciones (1.) S, R, N, M, Q, O, L, P, K, se tiren tres Lineas Rectas. Digo: Que estas seràn Paralelas à las dos primeras TC, y IF, y tambien entre si.

Figura 11.

(1.) *Definicion* 30.

DEMONSTRACION.

LOS dos Triangulos CSB, y ISA (como vimos en la antecedente) son Equiangulos; (2.) por lo qual tendràn lados Proporcionales, (3). y serà CB, à BS, como es IA, à AS: Y permutando, serà CB, à IA, como es BS, à SA. Lo mismo se demonstrarà de los otros dos Triangulos CMB, y AMF; por donde serà CB, à AF, como BM, à MF: Pero IA, y AF, son iguales: (4.) Luego serà BC, à IA, como es BM, à MF: Pero BC, era à IA, como BS, à SA: Luego serà BS, à SA, (5.) como BM, à MF: Con que los lados del Triangulo BAF, estaràn cortados en los Puntos $S M$, proporcionalmente: (6.) Luego la Linea SM, serà Paralela à la AF, y consiguientemente à la BC. Y del mismo modo (7.) se demonstrarà de las Lineas QL, y PK: Luego, &c. Que es lo que se avia de demonstrar.

(2.) *Euclides* 15. *y* 29. *Prop.* 1.

(3.) *Euclides* 4. *Proposic.* 6.

(4.) *Euclides* 16. *y* 11. *Proposicion* 5.

(5.) *Euclides* 16. *y* 11. *Proposicion* 5.

(6.) *Euclides* 2. *Proposic.* 6.

(7.) *Euclides* 30. *Proposic.* 1.

COROLARIO PRIMERO.

SIGUESE de aquì, que assi como todas las Paralelas Perspectivas Principales (8.) (que son las que vàn à el Punto B) concurren en vn solo Punto; assi tambien las Secundarias todas (que son las Diagonales (9. de los Quadrados Degradados) concurren en otro de la misma Orizontal.

(8.) *Definicion* 21.

(9.) *Definicion* 22.

COROLARIO SEGUNDO.

SIGUESE tambien, q̃ hallado el Triangulo Total GBF, y tirada la Paralela VM, ù otra mas alta, ò mas baxa; y tomadas en la GF, las Divisiones iguales, q̃ se quisiere, como A, D, E, dividiendo en otras tantas partes iguales la VM, como SRN, serã estas Proporcionales à las primeras de la GF, (*) y las Lineas, que se tiraren por los Puntos correspondientes à cada vna, como AS, DR, EN, sin alargarlas; concurriràn ocultamente à el Punto B, de el Angulo Vertical de el Triangulo GBF; lo qual es muy importante, para

(*) *Euclides* 2. *Proposic.* 6.